

QUESTIONS ET REFLEXIONS SUR LES SYSTEMES EVOLUTIFS A MEMOIRE

par

Andrée C. EHRESMANN

Université de Picardie Jules Verne, LAMFA

ehres@u-picardie.fr

<http://ehres.pagesperso-orange.fr>

<http://vbm-ehr.pagesperso-orange.fr>

IL Y A 30 ANS

SÉMINAIRE de PHILOSOPHIE
et MATHÉMATIQUES

Ecole Normale Supérieure
Paris, 1.12.1986

APPROCHE CATÉGORIQUE DE LA COMPLEXIFICATION ET DU CHOIX POUR LES SYSTÈMES VIVANTS

par A.C. EHRESMANN et J.-P. VANBREMEERSCH

Nous remercions MM. Caveing, Loi et Thom de nous avoir invités à faire une conférence dans ce Séminaire. Les résultats exposés ici sont développés dans "1.2", où l'on pourra trouver des références bibliographiques.

Bulletin of Mathematical Biology Vol. 49, No. 1, pp. 13-50, 1987.
Printed in Great Britain

0092-8240/87\$3.00+0.00
Pergamon Journals Ltd.
© 1987 Society for Mathematical Biology

HIERARCHICAL EVOLUTIVE SYSTEMS: A MATHEMATICAL MODEL FOR COMPLEX SYSTEMS

- A. C. EHRESMANN
Université de Picardie,
U.E.R. de Mathématiques,
Amiens, France
- J.-P. VANBREMEERSCH
Centre Médical Saint-Roch,
Amiens, France

IL Y A 30 ANS

SÉMINAIRE de PHILOSOPHIE
et MATHÉMATIQUES

Ecole Normale Supérieure
Paris, 1.12.1986

APPROCHE CATÉGORIQUE DE LA COMPLEXIFICATION ET DU CHOIX POUR LES SYSTÈMES VIVANTS

par A.C. EHRESMANN et J.-P. VANBREMEERSCH

Sous remerciens MM. Caveing, Loi et Thom de nous avoir invités à faire une conférence dans ce Séminaire. Les résultats exposés ici sont développés dans "1.2", où l'on pourra trouver des références bibliographiques.

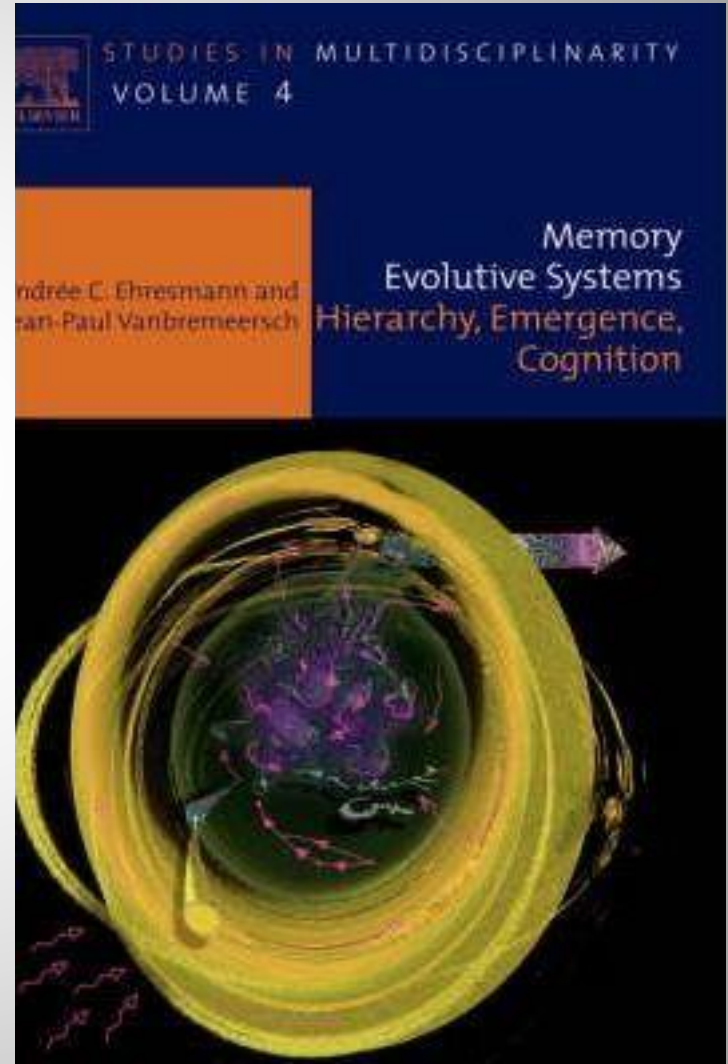
Bulletin of Mathematical Biology Vol. 49, No. 1, pp. 13-50, 1987.
Printed in Great Britain

0092-8240/87\$3.00+0.00
Pergamon Journals Ltd.
© 1987 Society for Mathematical Biology

HIERARCHICAL EVOLUTIVE SYSTEMS: A MATHEMATICAL MODEL FOR COMPLEX SYSTEMS

- A. C. EHRESMANN
Université de Picardie,
U.E.R. de Mathématiques,
Amiens, France
- J.-P. VANBREMEERSCH
Centre Médical Saint-Roch,
Amiens, France

IL Y A 10 ANS



DIFFERENTES COLLABORATIONS

Avant le livre, participation à :

- Groupe de Systémique de l'AFCEP (R. Vallée, E. Bernard-Weil),
- Washington Evolutionary Systems Society (J. Chandler, G. Farre, P. Kainen),
avec organisation commune de 2 Colloques ECHO en 1996 et 2005 Amiens,
- Nombreuses discussions avec René Guitart.

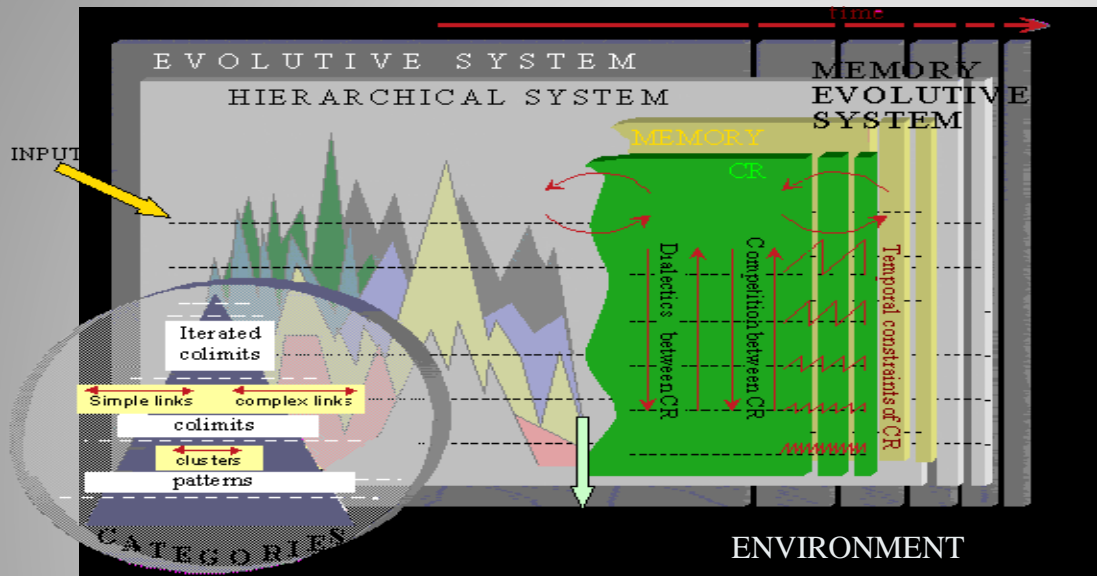
Plus récemment, travaux en collaboration sur des applications en ::

- Integral Biomathics" (livre co-édité avec L. Smith et P. Simeonov) ; articles avec P. Simeonov. (WLI-MES) et Gomez-Ramirez (2015).
- Cognition et créativité : exposés à Mamux et Mamuphi, article avec M. Andreatta, R. Guitart et Mazzola.
- Design, intelligence/action collective : articles avec M. Béjean (2013 -16).
- Anticipation et Future Studies (R. Miller et R. Poli) : chapitres de livres édités par l'UNESCO (à l'impression).
- Immunologie (V. Thomas-Vaslin) en préparation.

➔ Nouvelle appréhension des SEM et de leurs applications engendrant réflexions et questions sur la 'nature' des SEM .

-

SYSTEMES EVOLUTIFS A MEMOIRE



La **méthodologie (?)** des SEM unit théorie des catégories et dynamique pour étudier, dans leur intégralité, des systèmes multi-échelles 'complexes' tels les systèmes biologiques cognitifs ou sociaux.

Ces systèmes 'vivants' ont les propriétés suivantes :

- Ce sont des systèmes *évolutifs ouverts*,
- avec une *hiérarchie* de composants interactifs variant au cours du temps.
- Ils sont *auto-organisés* par un réseau d'agents internes ou *co-régulateurs*, chacun opérant à son propre rythme et avec sa fonction et sa logique.
- Ils développent une *mémoire* centrale robuste mais flexible, permettant une certaine adaptation aux changements

POURQUOI UTILISER DES CATEGORIES ?

PROBLEMES	NOTIONS CATEGORIQUES
Distinguer objets et relations Composer des relations	(Multi-)Graphe Catégorie
Mesurer le changement au cours du temps	Foncteur Système Evolutif
Synthèse d'objets 'complexes' formant des hierarchies	(Co)limite. Catégorie hiérarchique
Emergence d'objets et de processus de complexité ↑	Principe de Multiplicité Complexification

I. RAPPELS COMMENTES (?) SUR LES SEM

1. Système Hiérarchique Evolutif :
SE, Catégorie hiérarchique, MP
Complexification
2. Dynamique dans son 'devenir' interne :
Mémoire, CR
Paysage d'un CR et sa dynamique
'Jeu' entre les CR

DECRIRE L'EVOLUTION

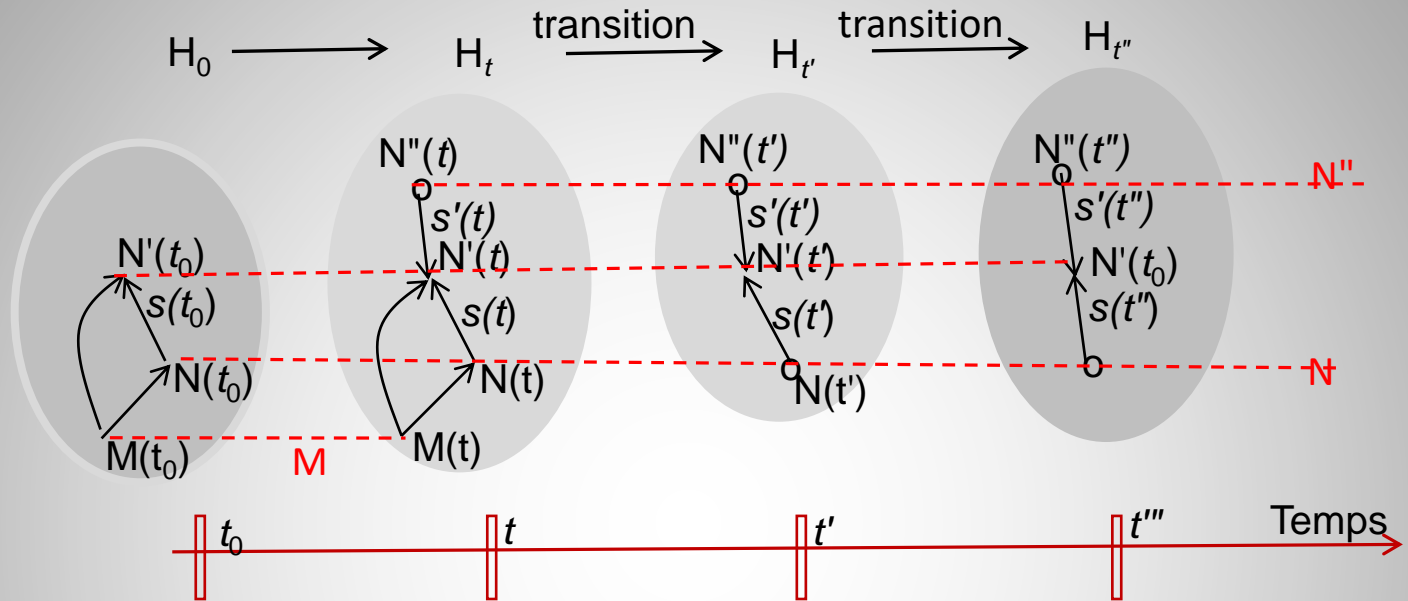
"In physics, we can prestate the configuration space or phase space, <...> In biological evolution, the phase space itself changes persistently. More it does so in ways that cannot be predated." (Longo, Montévil & Kauffman, 2012)

Dans un SEM, l'état du système en un instant t de sa vie est représentée par une catégorie H_t dite *configuration* : ses objets sont les états $N(t)$ en t des composants N des différents niveaux existant en t ; les morphismes modélisent leurs interactions. L'état d'un objet ou d'un morphisme reflète ses propriétés physiques, e.g. son **activité (?)** en t .

Comme les composants varient, le *changement de configuration* de t à t' est représenté par un foncteur partiel de H_t vers $H_{t'}$ appelé *transition* ; il associe à $N(t)$ le nouvel état $N(t')$ de N en t' à condition que N existe encore en t' , et de même pour les morphismes.

Et le système global est représenté par un *Système Evolutif* (SE) sur la durée de vie du système.

SYSTÈME EVOLUTIF



L'échelle de temps du système est une partie T (finie ou non) de \mathbf{R}_+ .

La configuration du système en $t \in T$ est une catégorie H_t ; ses objets $N(t)$ représentent les états en t des composants N des différents niveaux, les morphismes leurs interactions autour de t

Le changement de t à $t' > t$ est représenté par un foncteur partiel de H_t vers $H_{t'}$ dit *transition* de t à t' .

Formellement: Un *Système Evolutif* (SE) \mathbf{H} est un foncteur de la catégorie associée à un ordre total (ici celui induit par \mathbf{R} sur T), vers la catégorie des foncteurs partiels entre (petites) catégories.

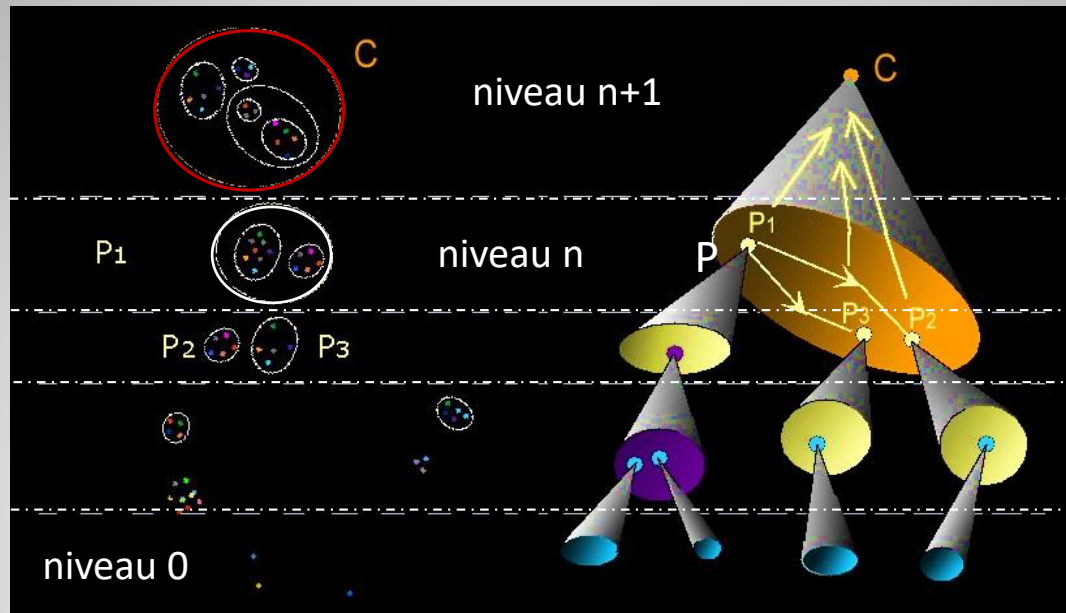
COMPOSANTS D'UN SE

Un *composant* N du SE H est une famille maximale d'objets $N(t)$ de catégories H_t connectés par des transitions ; et de même un *lien* entre composants est une famille maximale de morphismes connectés par transitions.

Si T est un intervalle de \mathbf{R}_+ , les composants du système définis sur des intervalles ouverts contenus dans T forment un faisceau de catégories sur T avec la topologie induite par celle de \mathbf{R}

Exemple. Le SE des neurones **Neur** représente l'évolution du système neuronal : Neur_t est la catégorie dont un objet $N(t)$ représente l'état d'un neurone existant en t défini par son activité en t , une flèche représente l'état d'un chemin synaptique avec son délai de propagation et sa force en t . Les composants correspondent aux neurones et les liens entre eux aux chemins synaptiques.

HIERARCHIE DE NIVEAUX DE COMPLEXITE

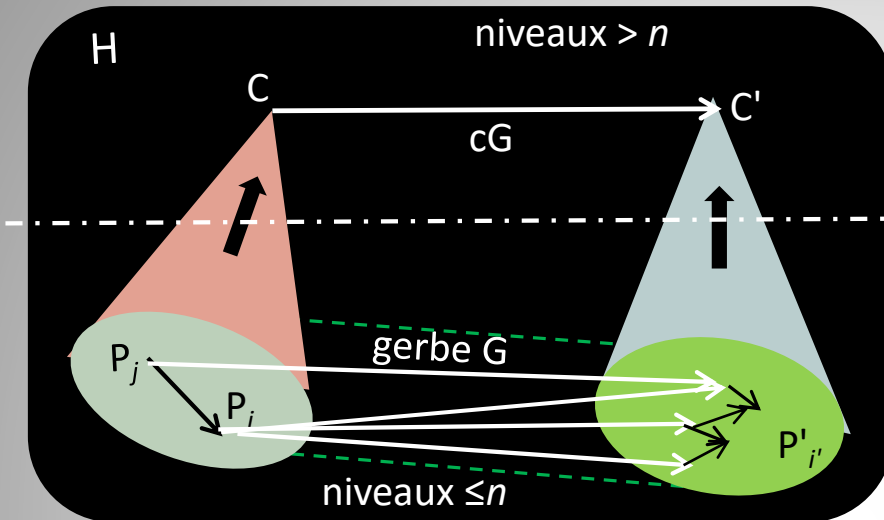


Une catégorie est *hiérarchique* si ses objets sont répartis par niveaux (de 0 à m) de sorte que C de niveau $n+1$ soit *colimite* d'au moins un pattern P d'objets liés de niveaux $< n+1$, ce qui signifie que C 'recolle' P et a le même rôle fonctionnel que P agissant collectivement.

→ C admet au moins une *ramification* jusqu'au niveau 0, L'*ordre de complexité* de C est la longueur de sa ramification la plus courte.

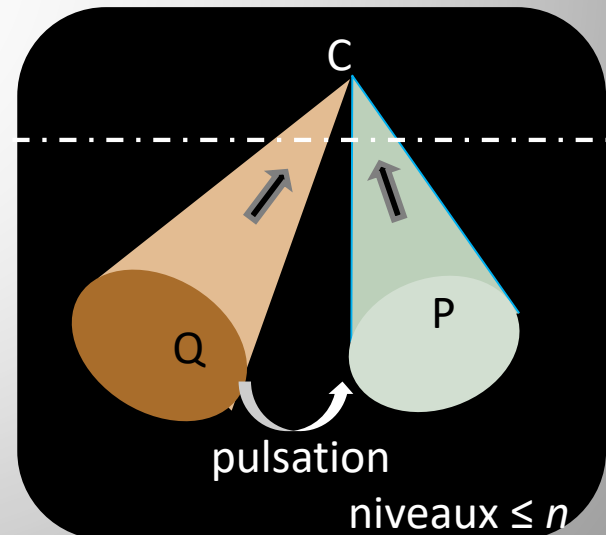
Un *Système Hiérarchique Evolutif* (SHE) est un SE dont les catégories configuration sont hiérarchiques et les transitions préservent le niveau.

LIENS SIMPLES. OBJETS MULTIFACETTES



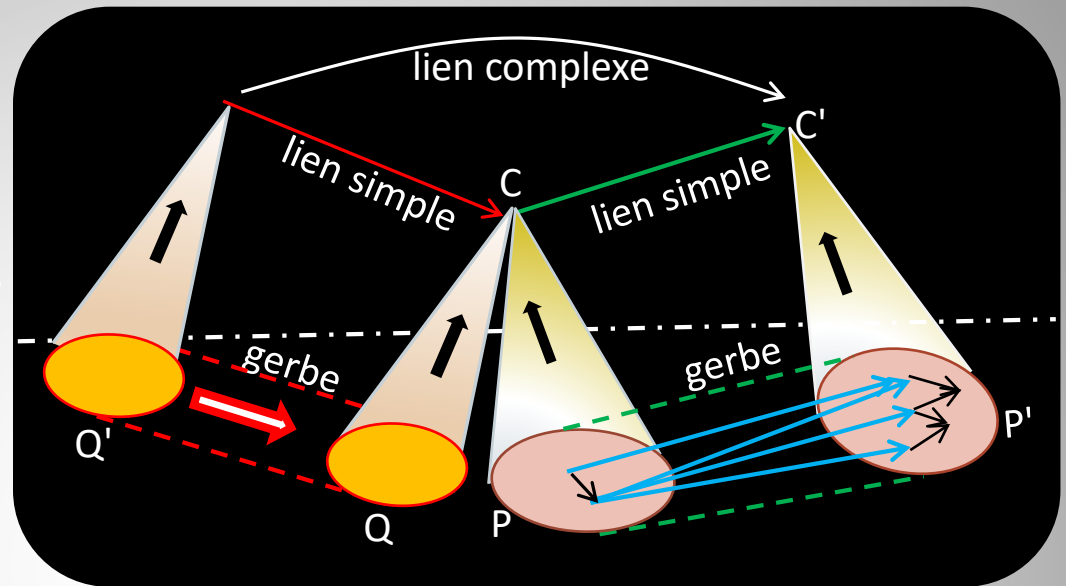
H = catégorie hiérarchique.
 Un morphisme $cG: C \rightarrow C'$ de H est un *lien* (P, P') -simple (ou *n-simple* si P et P' sont de niveaux $\leq n$) s'il 'recolle' une gerbe G (cf. figure) de liens de P vers P' , où $C = \text{colim}P$ et $C' = \text{colim}P'$,

Un objet C de niveau $> n$ est *n-multifacettes* si l'identité de C n'est pas *n-simple*, i.e. si C est colimite d'au moins 2 patterns P et Q de niveaux $\leq n$ non reliés par une gerbe ; le passage entre P et Q sera appelé une *pulsation* (cp. à la notion de *pulsation* de R. Guitart).



PRINCIPE DE MULTIPLICITE → LIENS COMPLEXES

"Degeneracy, the ability of elements that are structurally different to perform the same function or yield the same output, is a ubiquitous <...> feature of complexity"
(Edelman & Gally, 2001).



Dans un SHE, la "**dégénérescence**" (?) est modélisée par le :

Principe de Multiplicité (MP): Une catégorie hiérarchique vérifie MP si, pour tout $n > 0$, il existe des objets *n-multifacettes*.

MP permet l'existence de *liens dits n-complexes*, qui sont des composés de liens *n-simples* recollant des gerbes non-adjacentes (cf. figure);

Ces liens traduisent des propriétés globales des niveaux $\leq n$ qui *émergent* au niveau $n+1$ car non observables aux niveaux inférieurs bien que dépendant de leur structure globale.

MODELISER LES CHANGEMENTS STRUCTURELS

Thom (1988) : les "singularités archétypales" sont :

"naissance, mort, scission, confluence"

Dans un SHE, ces singularités correspondent aux changements structurels élémentaires du système, à savoir :

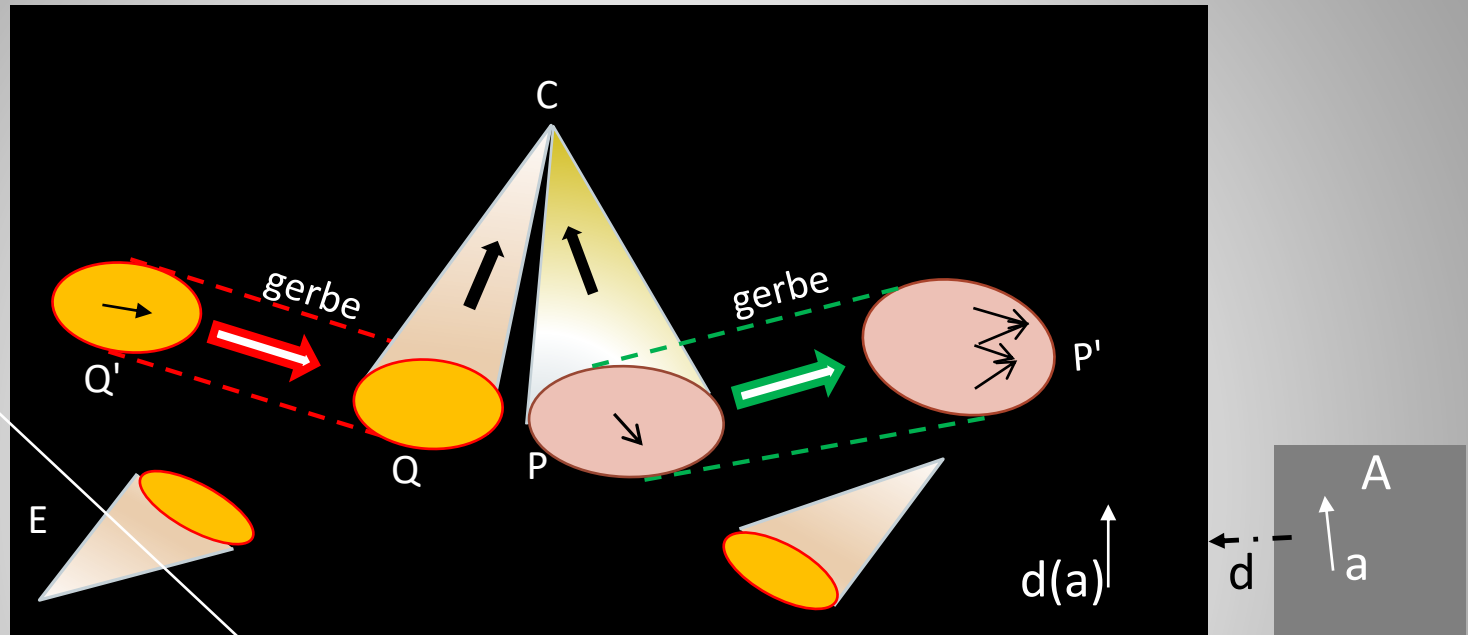
- adjonction ou suppression d'éléments, combinaison ou décompositions de patterns (par adjonction ou suppression de colimites).

Théorème de Complexification. *Etant donné, sur une catégorie H , une procédure Pr ayant des objectifs de tels types, il existe une catégorie solution **universelle (?)** du problème de construire une catégorie H' et un foncteur partiel de H vers H' dans laquelle les objectifs de Pr sont réalisés.*

H' est appelée la *Pr-complexification* de H . Sa construction (esquissée ci-après) montre qu'elle permet l'émergence de composants d'ordre supérieur et de liens complexes.

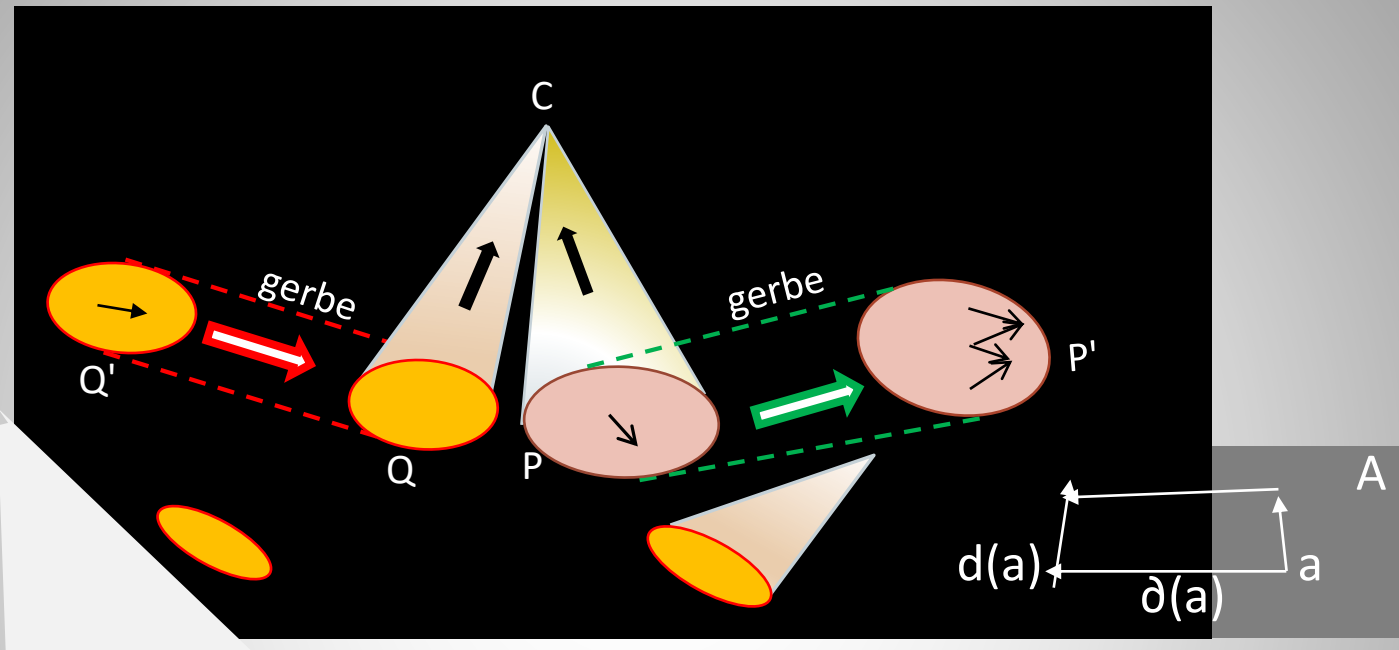
Les transitions d'un SHE seront engendrées par des suites de tels *processus de dé/complexification (?)*.

CONSTRUCTION DE LA Pr-COMPLEXIFICATION



Procédure (ou semi-esquisse) Pr = (A, d, E, U, V) sur une catégorie H est la donnée de :

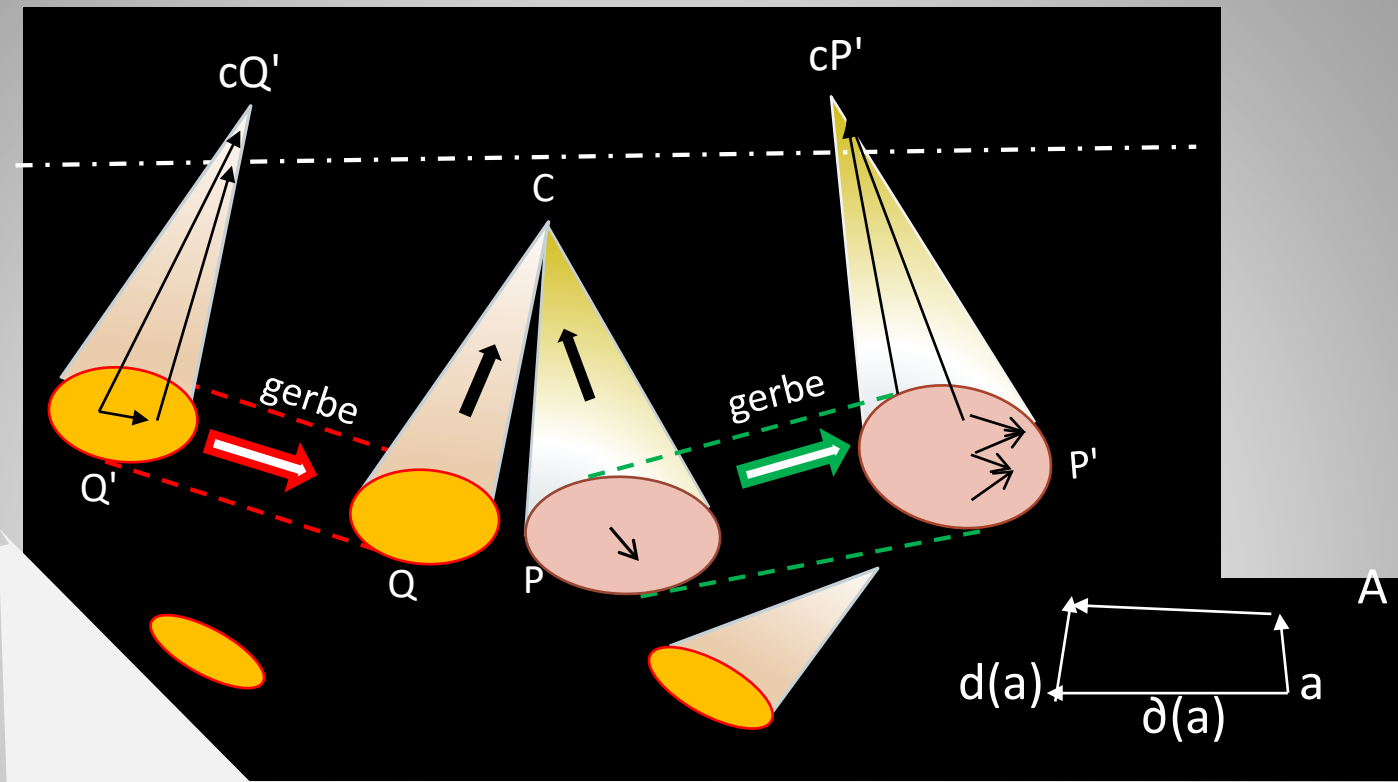
- Un graphe 'externe' A, un homomorphisme $d: A \rightarrow K$ ('à absorber'),
- Un ensemble E d'éléments de K ('à supprimer')
- Un ensemble U de patterns (P', Q',...) sans colimite dans H ('à recoller')
- Un ensemble V de cônes ("à rendre colimite").



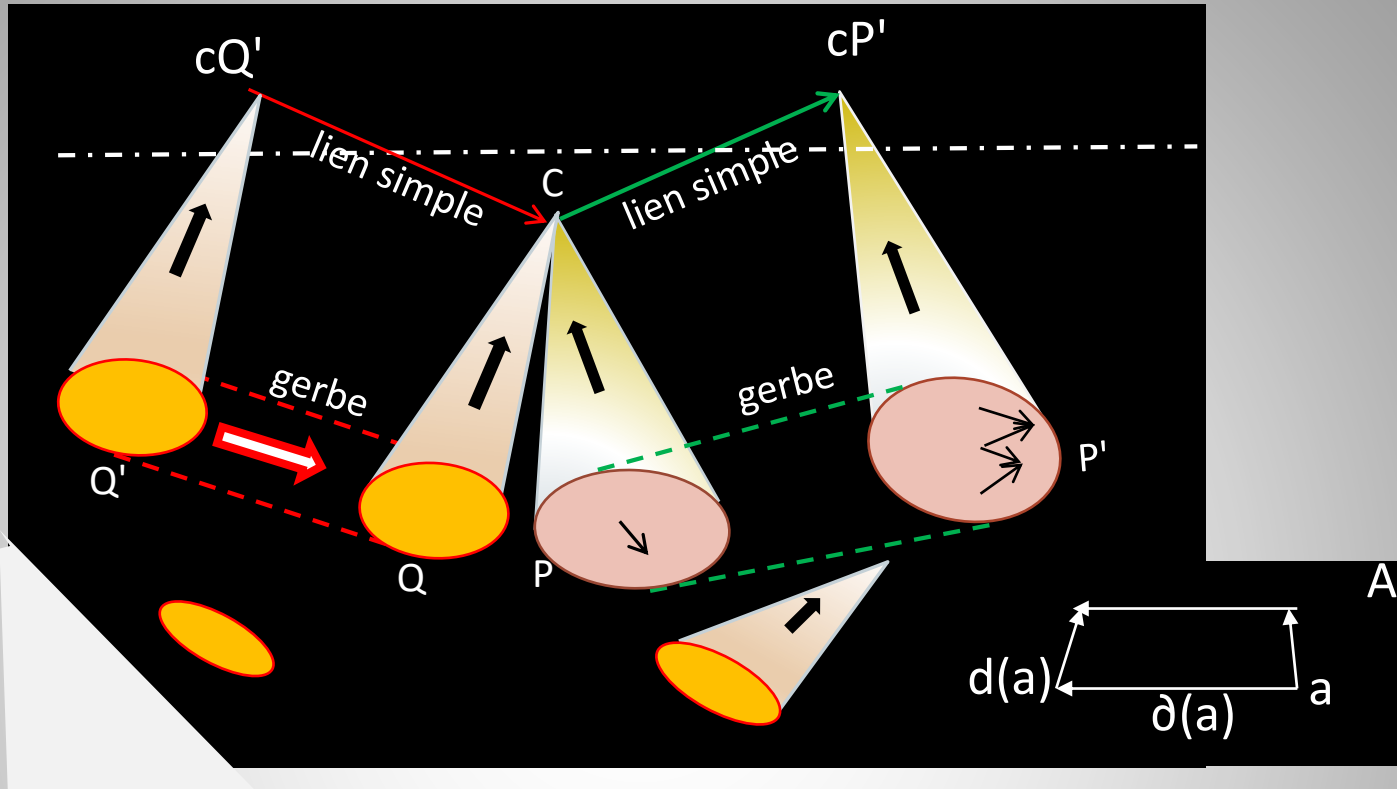
On 'supprime' E et les flèches dont une extrémité dans E , d'où $K \setminus E$.

On 'absorbe' A en prenant la somme S de A et de $K \setminus E$ et en ajoutant, pour tout objet a de A une flèche $\delta(a)$ pour définir une transformation naturelle δ de l'insertion de A dans S vers d .

(Exemple dans le système immunitaire : A est un antigène qui sera relié à un T-lymphocyte adéquat par la synapse immune formée par les $\delta(a)$.)

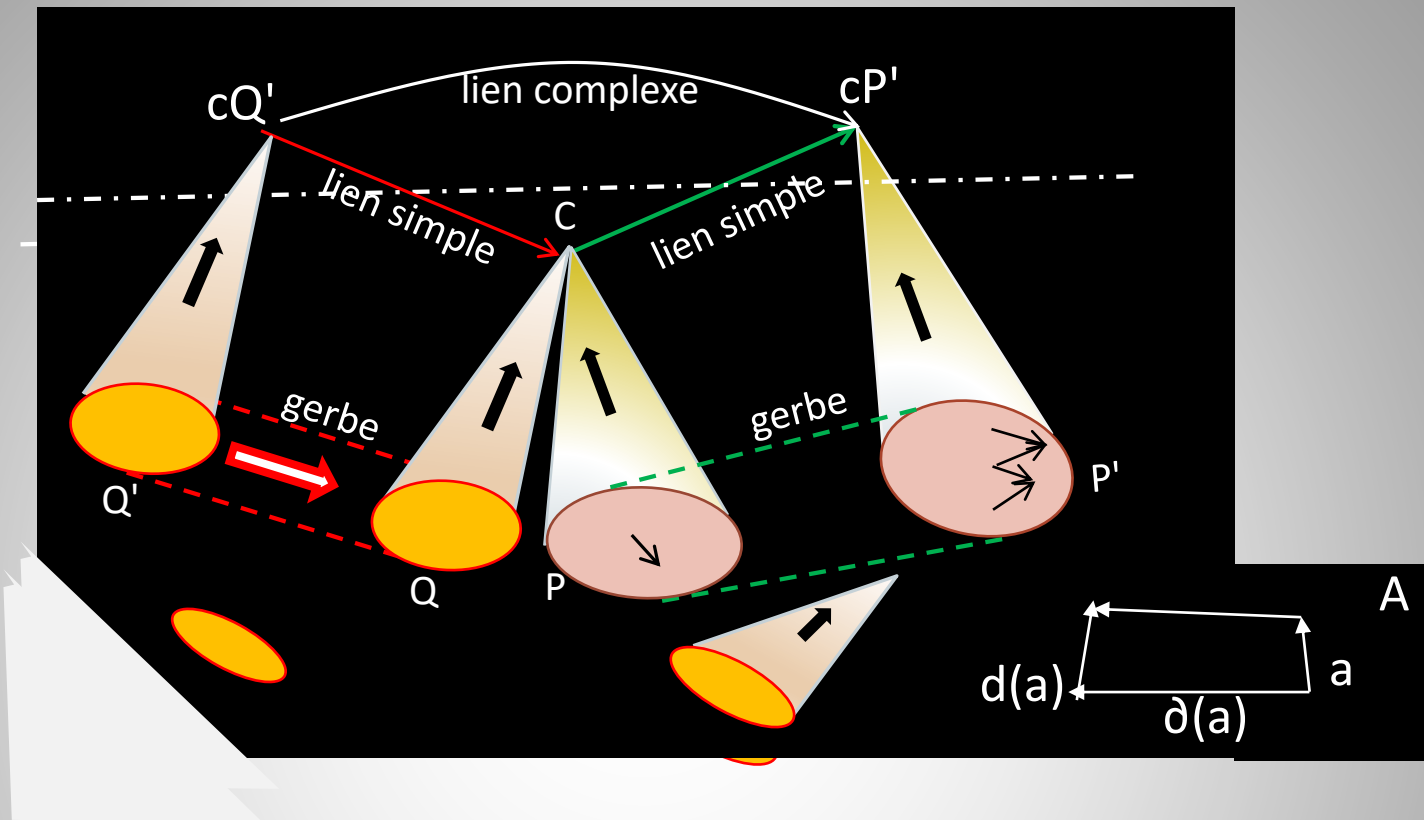


Pour tout pattern P' dans U on ajoute un cône CP' de base P' et de sommet un nouvel objet cP' (qui deviendra de niveau supérieur à Q').



Forcing (?) de cônes en cônes-colimite

On forme des liens simples recollant toutes les gerbes voulues pour forcer les cône CP' et CQ' à devenir des cônes-colimite, ainsi que les cônes dans V .

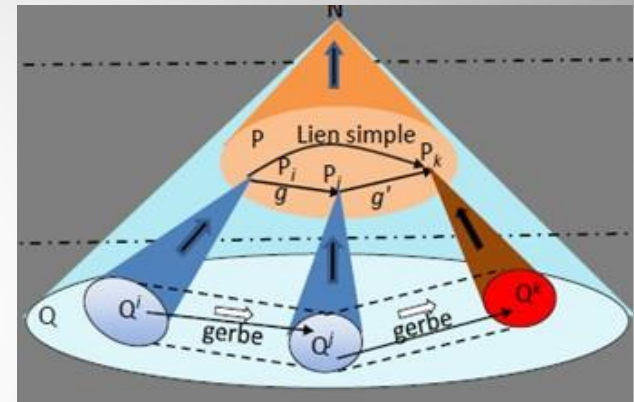


On ajoute les composés voulus pour obtenir une catégorie, en particulier le lien complexe de cQ' vers cP' . Ceci rajoute de nouvelles flèches de sorte que les cônes voulus risquent de ne pas être colimites. Il faut alors répéter les opérations par récurrence jusqu'à obtenir la catégorie H' dans laquelle les objectifs de Pr sont réalisés.

THEOREMES D'EMERGENCE

Théorème d'Emergence. *MP est préservé par Pr-complexification et, dans un SHE il permet l'émergence au cours du temps de composants d'ordre de complexité croissant,. En particulier, ceci permet de développer une mémoire robuste et flexible.*

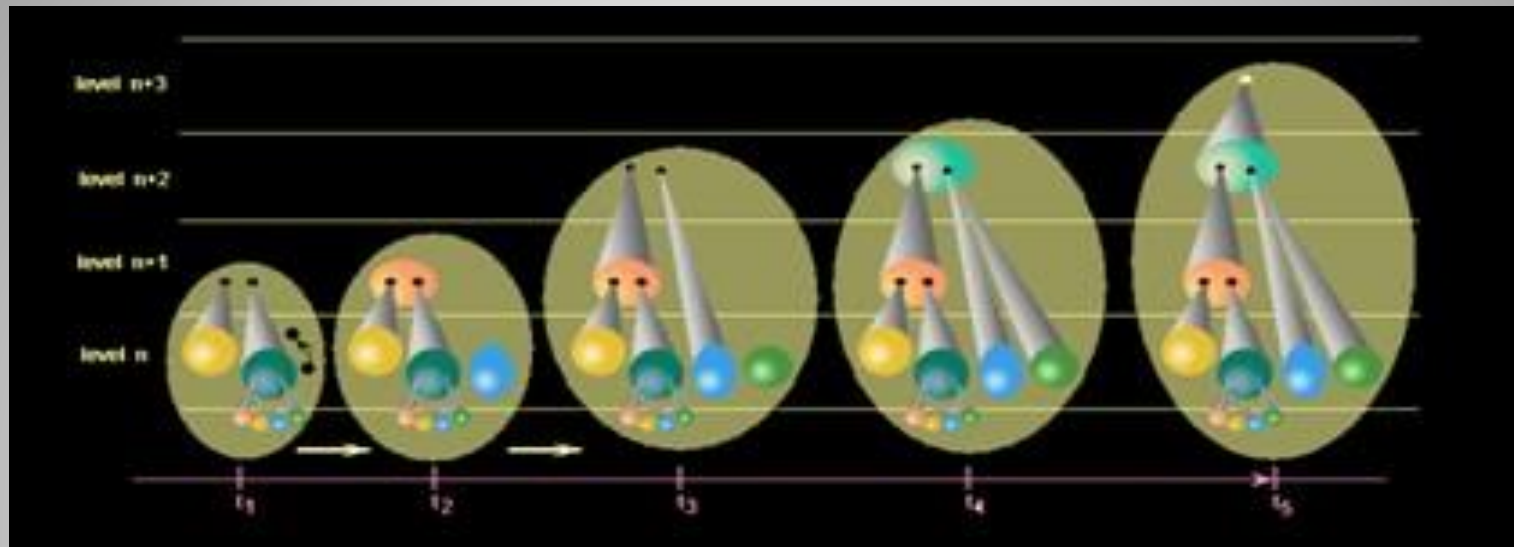
La preuve repose sur le *Lemme.* Si $(P, (Q^i))$ est une ramification de C et si tous les liens de P sont simples, C est d'ordre de complexité 1. Ceci ne s'étend pas au cas où P a des liens complexes.



Théorème de Complexification Itérée. *Si une Pr-complexification H' de H introduit des liens complexes, une Pr' -complexification de H' pour une procédure Pr' utilisant ces liens ne se réduit pas à une unique complexification de H .*

Les liens complexes introduits par la Pr-complexification représentent des propriétés émergentes ("*propensions à changer*", Popper). Il résulte alors du Lemme que la Pr' -complexification introduit des objets d'ordre de complexité plus grand, non prévisibles initialement.

SYSTÈME HIERARCHIQUE EVOLUTIF

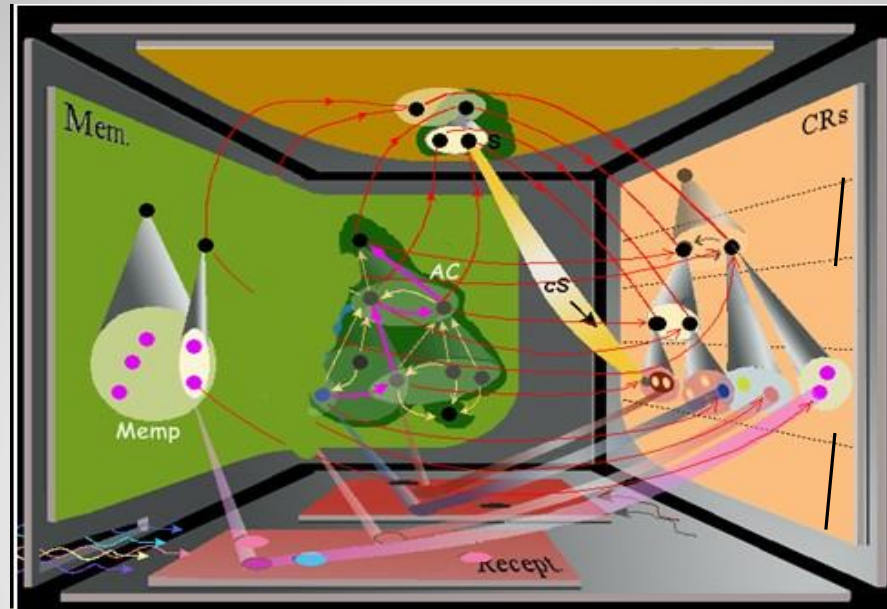


Un *Système Hiérarchique Evolutif* est un SE tel que :

1. Les catégories-configuration sont hiérarchiques et vérifient MP ;
2. Les transitions respectent le niveau des objets, de sorte qu'un composant a un niveau constant ;
3. Les transitions sont *engendrées* par des Pr-complexifications, c'est-à-dire par des opérations d'ajout ou suppression d'éléments et formations de colimites itérées.

Dans un SHE, le 'temps' n'intervient qu'au travers de son ordre total, les changements **dynamiques** (?) des états d'un composant n'étant pas analysés en tant que tels.

SYSTEME EVOLUTIF A MEMOIRE



Un SEM est un SHE auto-organise, avec

- Un sous-SHE Mem représentant une *mémoire* robuste et plastique,
- Un réseau de sous-SE, les *co-régulateurs*, opérant en parallèle, chacun avec sa propre complexité, son échelle de temps discrète, sa logique.

Sa dynamique est modulée par la coopération/compétition entre ces co-régulateurs. Chacun a un accès différentiel à Mem, en particulier pour rappeler les *procédures admissibles* relatives à sa fonction ; il aide aussi à développer Mem par complexifications à partir d'une mémoire innée,

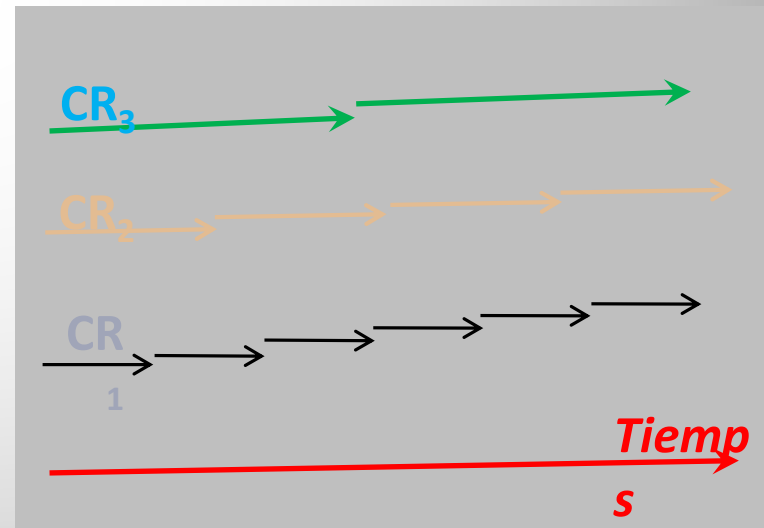
LE ROLE DU TEMPS DANS UN SEM

Un SEM est soumis à des contraintes matérielles et temporelles. A la base, le *temps continu* 'objectif' des horloges coordonne tout. Un lien f entre composants peut être *actif* ou *passif* à un instant t , et il a un *décalage de propagation* d_f et une force w_f qui sont des fonctions à valeurs réelles, définies sur la durée de sa vie. J'ai donné des conditions pour que ces fonctions **s'étendent (?)** à une complexification.

= Chaque co-régulateur CR est un système hybride, i.e. opérant avec 2 temporalités :

- (i) le temps continu de SEM ;
- (ii) sa propre échelle de temps discrete délimitant les étapes, de sa dynamique.

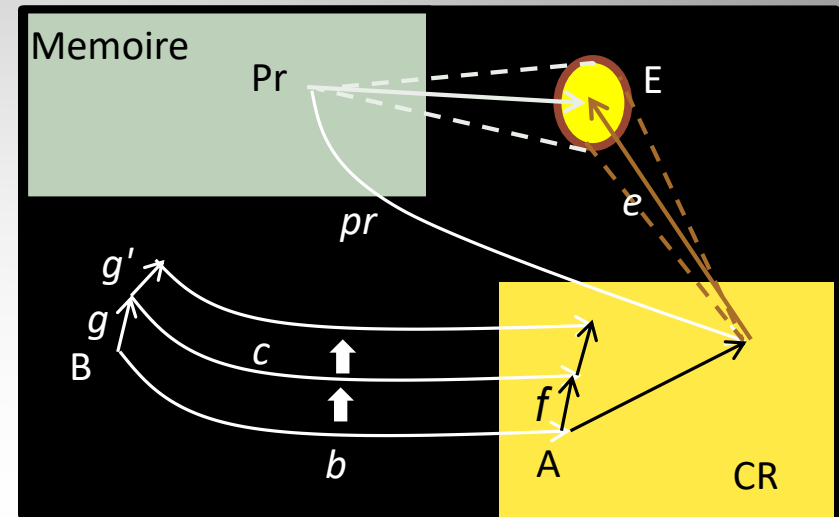
Les durées des étapes (ou *périodes*) des co-régulateurs sont différentes.



DYNAMIQUE INTERNE D'UN CR ("1^{ère} personne")

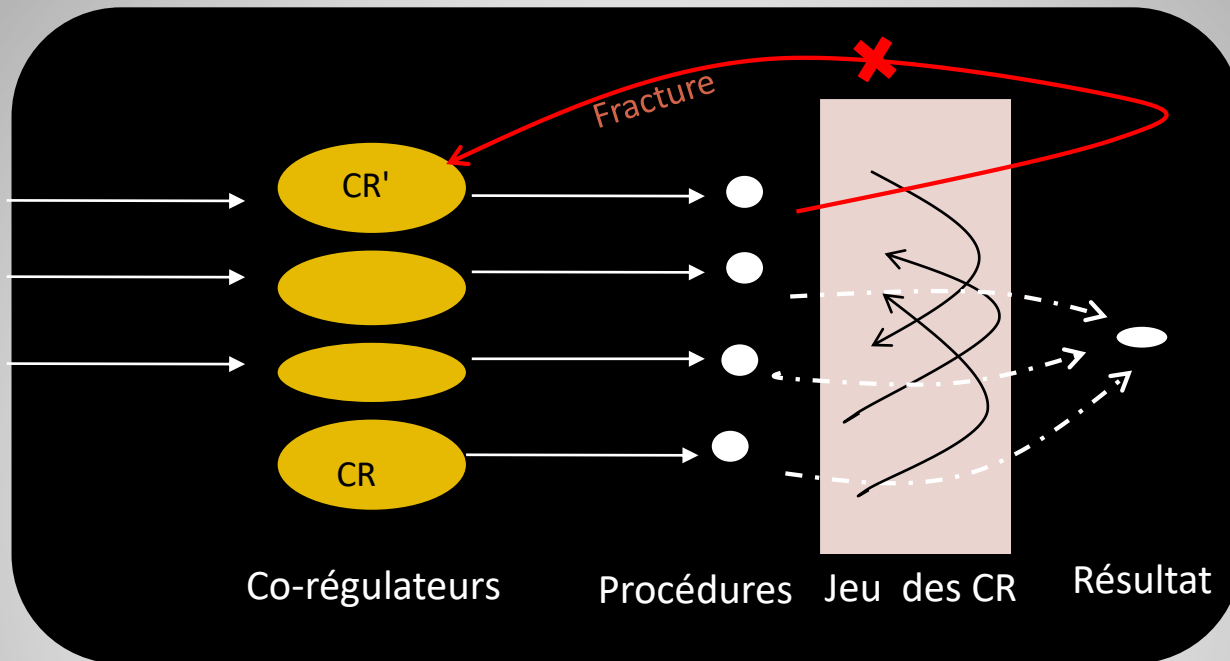
Un co-régulateur CR opère par étapes, et il a un accès différentiel à Mem, en particulier pour rappeler ses *procédures admissibles* relatives à sa fonction.

Une étape de CR sur un intervalle $J = [t, t'[$ se divise en 3 phases :



1. *Observation*. Les seules informations que CR peut avoir sur H sont via les liens $b: B \rightarrow A$ vers un composant A de CR actifs sur une partie de J . Ces liens sont les composants d'un SE, L_J , appelé le *paysage* de CR sur J .
2. *Décision*. Choix à l'aide de la mémoire d'une procédure admissible Pr via pr et activation de ses effecteurs (via e).
3. *Action*. Réalisation de Pr et évaluation. L'activation des effecteurs de Pr déclenche un processus dynamique 'classique' (calculable e.g. via EDP) qui s'étend jusqu'à la fin de l'étape. Le résultat est évalué par CR au début de l'étape suivante. Si les objectifs ne sont pas réalisés, il y a *fracture*.

DU LOCAL AU GLOBAL : JEU ENTRE CO-REGULATEURS



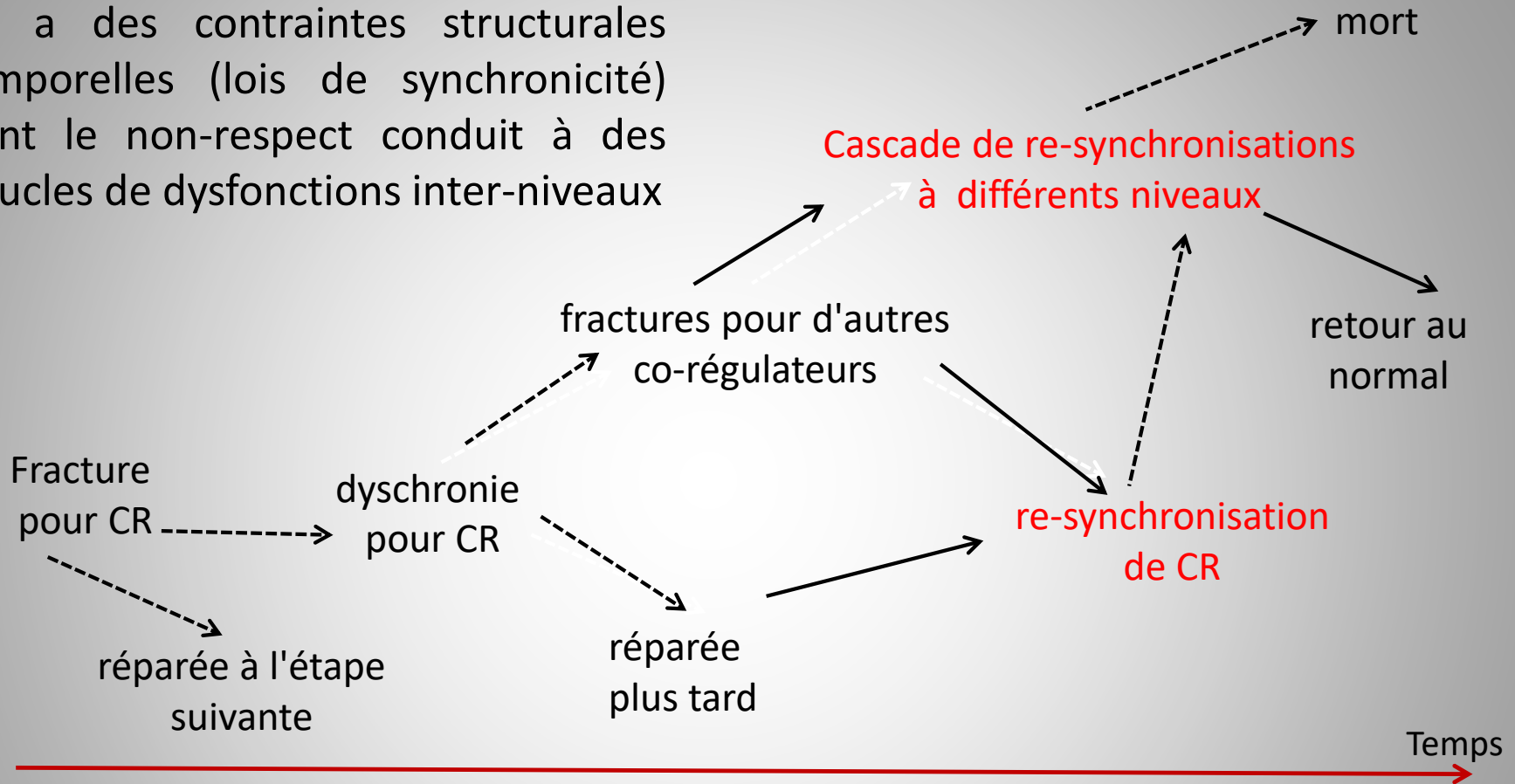
Les logiques locales des co-régulateurs étant différentes, leurs procédures en t peuvent être conflictuelles.

➔ *Jeu entre les co-régulateurs* pour obtenir une procédure globale, auquel MP donne plus de degrés de liberté On obtient ainsi un "hybrid dynamical systems", calculable sous certaines conditions (Branicki, 2005)

➔ *Fracture* et, si elle persiste, *dyschronie* pour certains CRs. Elle peut être réparée par un changement de période (ou *re-synchronisation*).de CR.

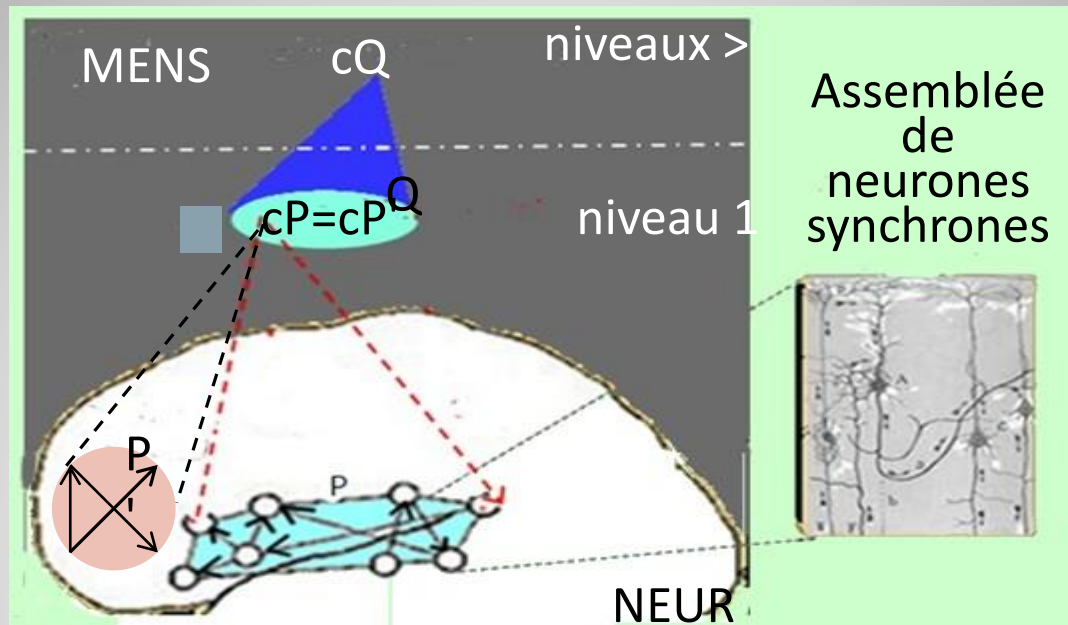
CASCADE DE DYSFUNCTIONS

CR a des contraintes structurales temporelles (lois de synchronicité) dont le non-respect conduit à des boucles de dysfonctions inter-niveaux



---> **Application. Théorie du vieillissement par cascade de re-synchronisations** pour des co-régulateurs de niveaux croissants (EV 1993).
Plus généralement : "Ubiquitous Complex Event Processing" dans un SEM.

STRUCTURE GENERALE DE MENS



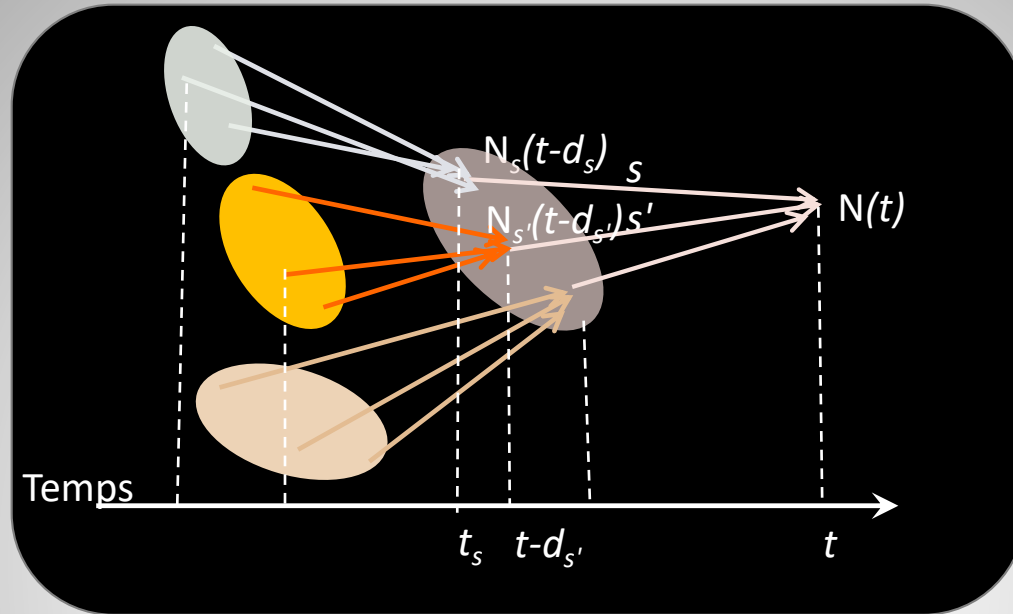
MENS est un Système Evolutif à Mémoire avec:

Au niveau 0 : le système évolutif **Neur** représentant le système neuronal.

Aux niveaux supérieurs : des composants 'conceptuels' appelés *cat(égorie)-neurones*, représentant des objets mentaux cP sous forme des différentes (super-)assemblées neuronales P plus ou moins complexes qu'ils activent synchroniquement.

Ce modèle pour un système neuro-cognitif est obtenu par complexifications mixtes itérées de **NEUR** : le mental est "neurally embodied".

DYNAMIQUE DE NEUR



Dans **Neur**, l'activité $n(t)$ d'un (cat-)neurone N en t est donnée par la formule

$$:n(t) = \phi(\sum_s w_s(t-d_s)n_s(t-d_s) + J(t)).$$

où ϕ est une fonction sigmoïde, la somme est prise sur toutes les synapses s : $N_s \rightarrow N$ dont w_s dénote la force et d_s le délai de propagation (supposé constant autour de t), et J est un possible input externe (pour les 'récepteurs'). On suppose que la force w_s d'une synapse s varie en suivant une *loi de Hebb*, à savoir elle augmente si les activités de N_s et N sont corrélées. Ceci peut s'étendre aux cat-neurones (EV, 2008).

Partie II. REFLEXIONS ET QUESTIONS

1. Quel genre de 'modèle' correspond à la 'méthodologie' des SEM ?

L'évolution est-elle 'ouverte' ou non ?

Simulations ?

2. Concilier catégories et temporalité

Comment définir les liens 'actifs' et mesurer leur activité ?

➔ Proposition : développer WLI-MES

EN QUEL SENS SHE ET SEM SONT-ILS DES 'MODELES' ?

Un SHE donne une description du système selon un observateur *externe* (3^e *personne*) qui en aurait une vision totale. Cette description est purement catégorique, le 'temps' n'intervenant que par l'ordre qu'il définit sur T et non en tant que changement dynamique.

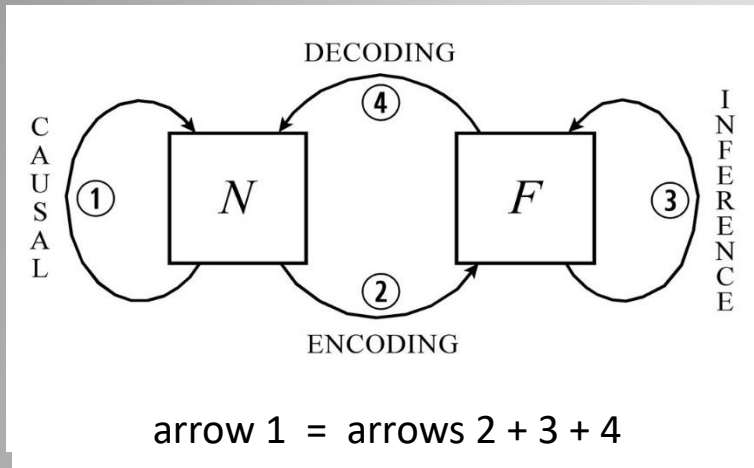
On peut le qualifier de "*modèle mathématique*" au sens de Fisher & al. (Nature Biotechnology 2007):

- "*A mathematical model is a formal model whose primary semantics is denotational; that is, the model describes by equations or graphical entities (e.g. nodes and arrows) a relationship between quantities (sets) and how they change over time. The equations (or the graphical entities) do not determine an algorithm for solving them.*"

Par contre ce n'est pas un *computational model*' au sens de ces auteurs.

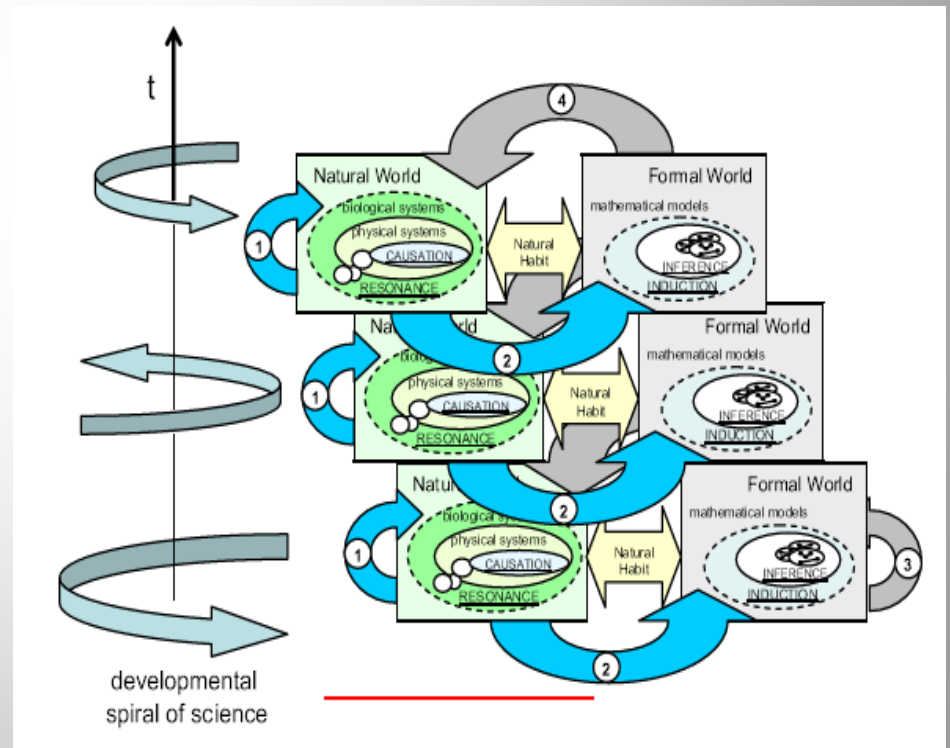
Un SEM, via les co-régulateurs, donne une vision interne du système 'dans son devenir' (1^e *personne* pour chaque CR, 2^e *personne* pour leur jeu). Le rôle complexe joué par la dynamique rend sa qualification difficile.

MODELE SELON ROSEN



Modèle au sens de Rosen (1985), d'après Louie.

Même modèle 'dynamisé' par P. Simeonov (2011). Les SHE (et les SEM ?) peuvent rentrer dans ce modèle.



LOGIC/ENGINEERING MODELS

De Graves (2013) :

- *"What an engineer calls a model a logician calls an axiom set; what a logician calls a model an engineer calls a simulation"*

et il décrit

- *"how engineering models <...> can be embedded as axiom sets within a logic-based formalism, called Algos"*

qu'il représente par un topos.

Pour appliquer cette méthode aux SHE (donc aussi aux SEM), le problème est que nous construisons des complexifications 'universelles', ce qui conduit à une évolution du type "open universe" (au sens de Kauffman).

Ceci peut être modifié en travaillant à l'intérieur d'une 'grande' catégorie A à colimites (e.g. un topos) et en remplaçant une complexification 'universelle' par son image dans A . Mais ceci 'ferme l'univers', donc réduit la créativité.

'HARMONISER'

DYNAMIQUE ET THEORIE DES CATEGORIES

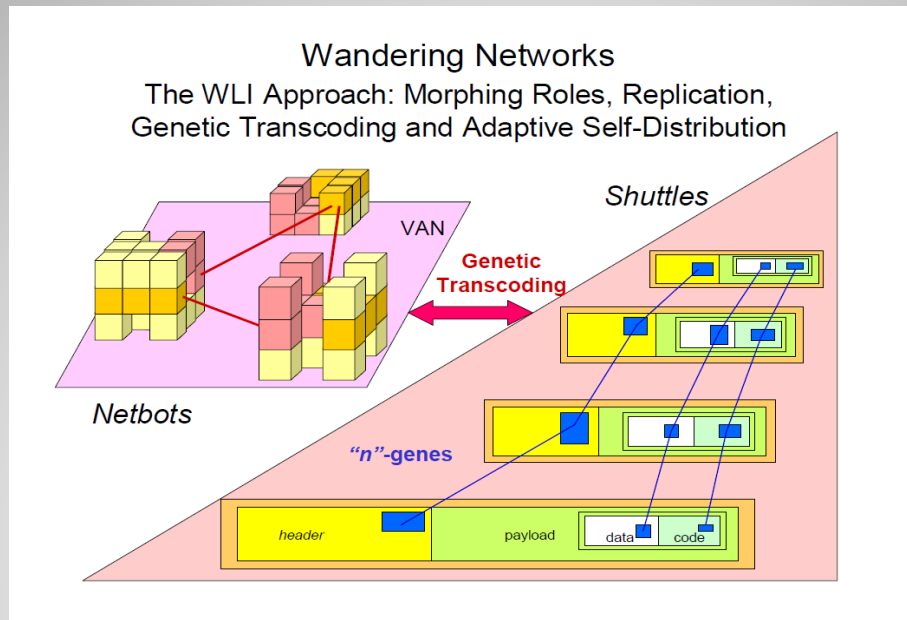
1. Dans une complexification H' de H , comment étendre à H' les observables définissant l'état ('dynamique') des composants et liens de H ? En particulier comment déterminer quels sont les *liens actifs en i* dans H' ?

Seulement possible sous conditions, e.g. dans **MENS** où la dynamique de **Neur** s'étend à condition de n'ajouter que des patterns polychrones (au sens de Izhikevitch & al.).

2. Autre possibilité :

Remplacer la dynamique par la donnée des 'liens actifs' et de la 'mesure' de leur activité. C'est le but du projet WLI-MES (Ehresmann & Simeonov, 2012) unissant SEM et Wandering Intelligence Logic. Ce WLI (P. Simeonov, 1999, 2002) est un système de communication, hiérarchique et dynamiquement structuré, inspiré par la biologie.

WLI-MES



"WLI represents an evolving network architecture which is composed of dynamically reconfigurable network elements (netbots) generating and exchanging information about themselves and their surrounding environment (close neighborhood or 'local landscape') by means of active packets (shuttles) containing data and executable code to process them." (P. Simeonov)

Dans WLI-MES, les netbots s'identifient aux co-régulateurs, les Shuttles stockent l'information (e.g. commande de procédure) et la transportent via des liens actifs.

ET POUR LE FUTUR ?

Poursuite des collaborations en cours sur des applications des SEM dans divers domaines, car

*"... car la tâche est sans fin
Et déjà on voudrait reprendre la chemin."*

Charles Ehresmann,
Epilogue de "Catégories et Structures", 1965

MERCI