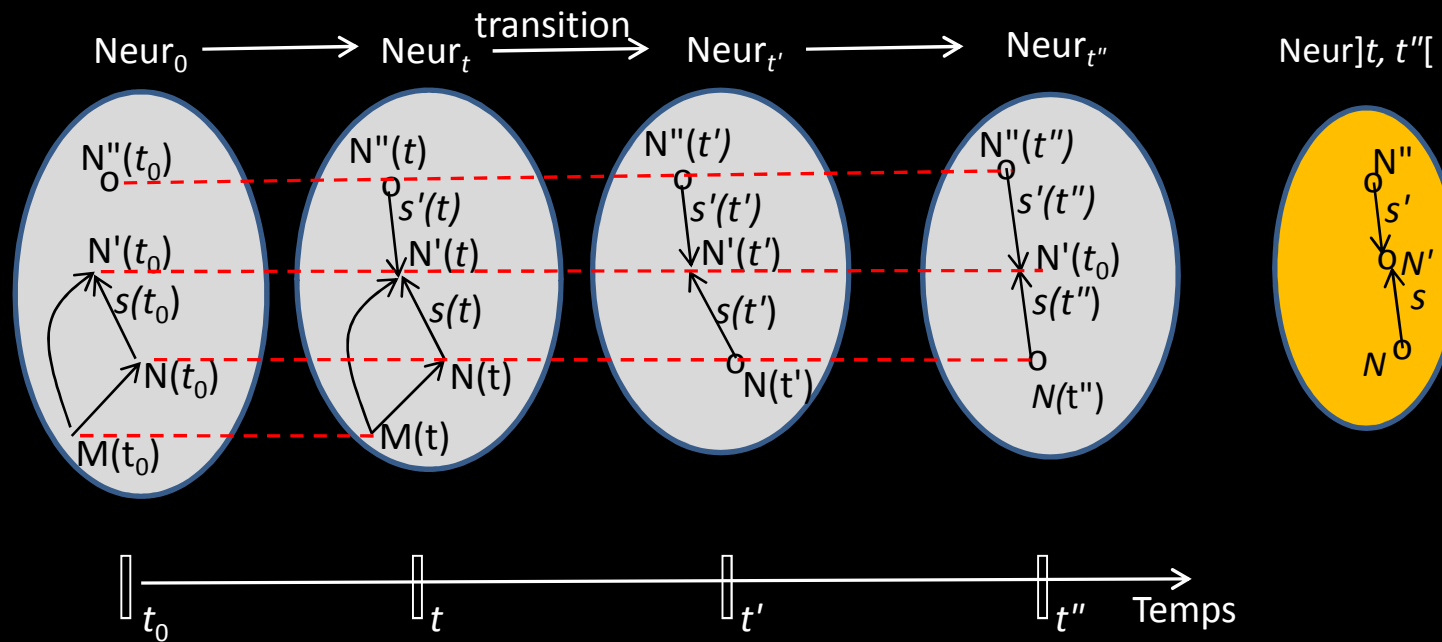


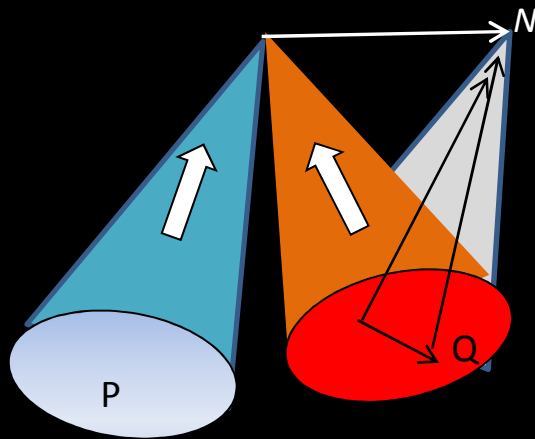
# MENS, un modèle mathématique pour les systèmes cognitifs

*A.C. Ehresmann et J.-P. Vanbremeersch*

Séminaire MaMuX, IRCAM, 2009

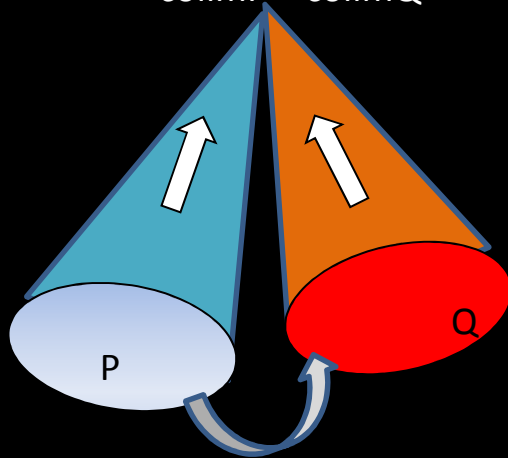


**Le système évolutif Neur des neurones.**  $\text{Neur}_t$  est la catégorie des neurones en  $t$  : un objet  $N(t)$  est l'état du neurone, donné par son activation en  $t$  ; les morphismes sont les états des chemins synaptiques  $s(t)$  donnés par leur force. La transition de  $t$  vers  $t'$  est un foncteur d'une sous-catégorie de  $\text{Neur}_t$  vers  $\text{Neur}_{t'}$ , qui relie les états des mêmes neurones.  $M$  meurt après  $t$ , tandis que  $s'$  est formé en  $t$ . Une composante de  $\text{Neur}$  est un neurone  $N$ , sous la forme de ses états successifs. A un intervalle  $]t, t''[$  on associe la catégorie  $\text{Neur}]t, t''[$  des neurones et des chemins synaptiques entre eux existant sur tout l'intervalle. C'est dans une telle catégorie que nous nous plaçons. Ces catégories forment un faisceau de catégories sur l'espace Temps.

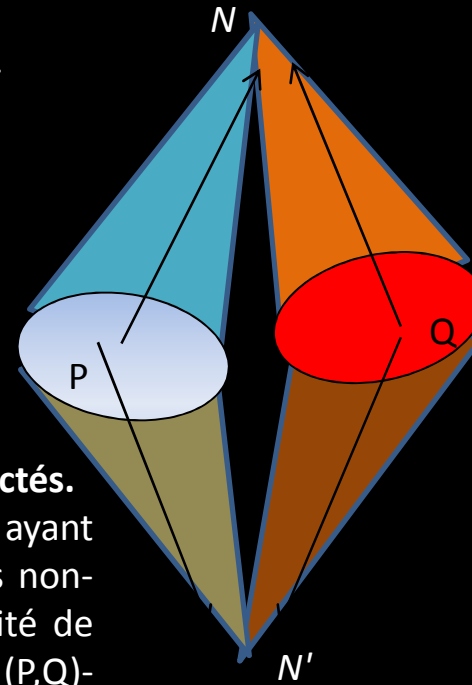


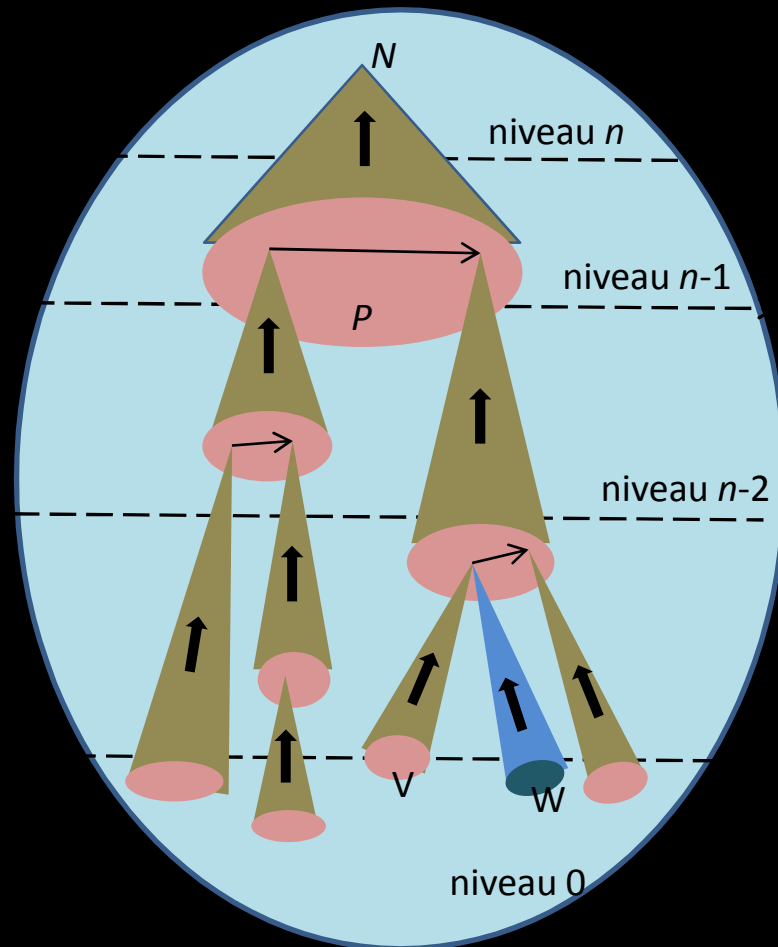
**Patterns homologues.**  
 Deux patterns P et Q sont homologues s'ils ont la même colimite, Ou plus généralement si leurs liens collectifs vers tout N sont en correspondance biunivoque.

$$\text{colim}P = \text{colim}Q$$



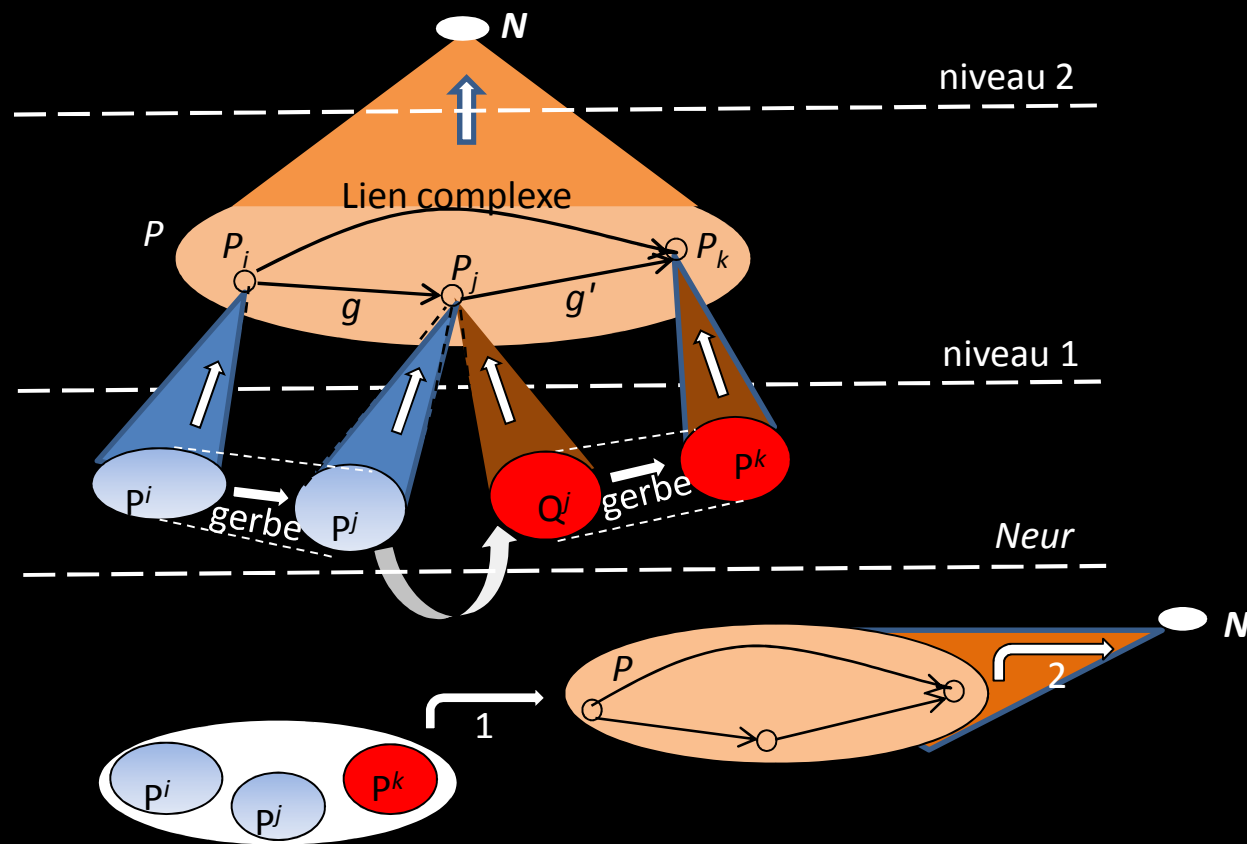
**Patterns non-interconnectés.**  
 Deux patterns P et Q ayant même colimite sont dits non-interconnectés si l'identité de la colimite n'est ni (P,Q)-simple ni (Q,P)-simple. La notion s'étend au cas de patterns homologues sans colimite.



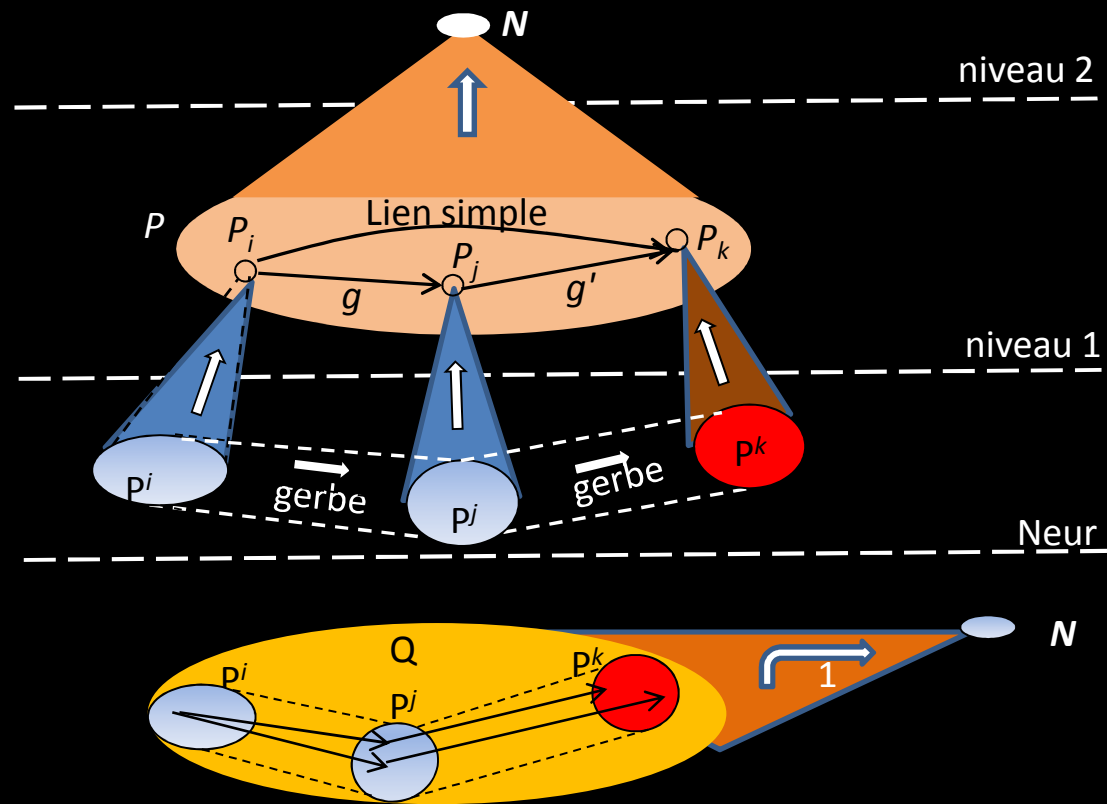


**Une catégorie hiérarchique.**

Les objets sont séparés en niveaux  $0, 1, \dots, n$ . L'objet  $N$  de niveau  $n > 1$  étant la colimite d'au moins un pattern dont les objets sont de niveaux  $< n$ . Par suite  $N$  a des ramifications jusqu'au niveau  $0$ , obtenues en prenant une décomposition  $P$  de  $N$ , puis une décomposition de chaque objet de  $P$ , et ainsi de suite jusqu'au niveau  $0$ . Ici 2 ramifications différentes sont dessinées, l'une arrivant à  $V$ , l'autre à  $W$ .

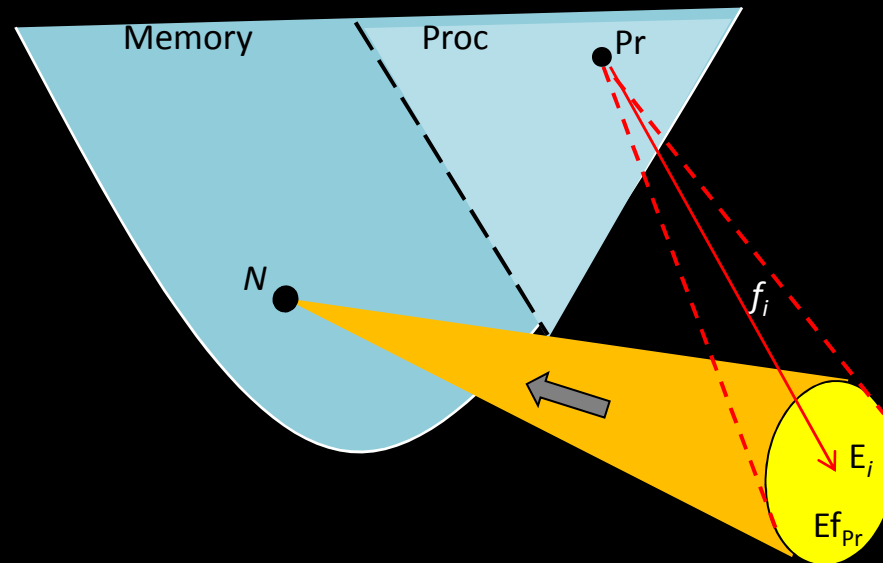


**Cat-neurone d'ordre de complexité 2.**  $N$  recolle le pattern  $P$  de niveau 1 dont un lien est complexe. Il a 2 ramifications non-équivalentes, l'une aboutissant à  $P^i$  l'autre à  $Q^j$ . Il peut être activé via chacune, disons la première, en 2 étapes: activation synchrone des assemblées de neurones  $P^i$  ce qui active simultanément leur colimite  $P^i$  et donc (par Hebb) renforce les liens  $g$  et  $g'$ , donc aussi leur composé.. Ainsi  $P$  se synchronise et sa colimite  $N$  est activée. Il faut 2 étapes car le fait que  $P_j$  et  $Q_j$  ont la même colimite est une propriété globale du niveau Neur, émergeant seulement au niveau 1.



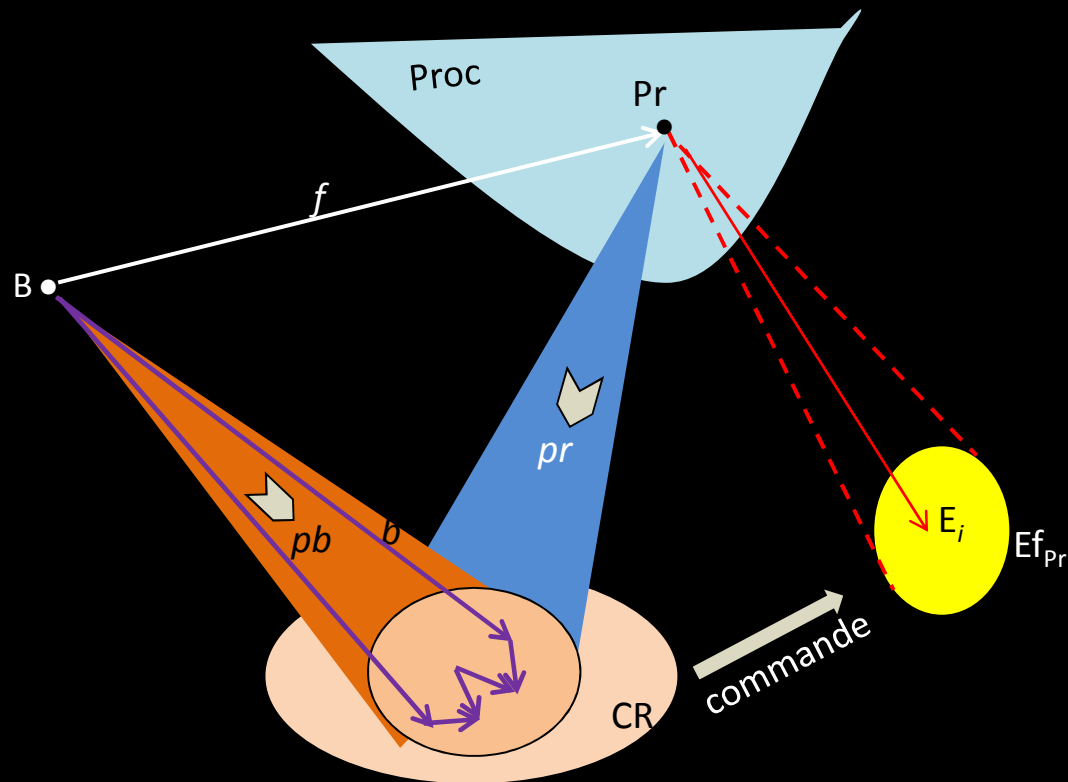
**Cat-neurone de niveau 2, ordre 1.**  $N$  est un cat-neurone de niveau 2 recollant un pattern  $P$  de cat-neurones de niveau 1 dont tous les liens sont simples, le lien composé  $gg'$  recollant la gerbe composée des deux gerbes. Dans ce cas  $N$  peut être activé en une seule étape à partir de Neur, comme recollement d'un grand pattern de neurones  $Q$  formé des  $P^i$  et des liens des gerbes entre eux. Ainsi  $N$  est 1-réductible.

| ESPRIT                     | MENS                           | CORPS, NEUR   |
|----------------------------|--------------------------------|---|
| Objet mental simple        | Cat-neurone niveau 1           | Assemblée synchrone de neurones                                   |
| Algèbre des objets mentaux | Cat-neurone d'ordre 2          | Assemblée d'assemblées synchrones de neurones                     |
|                            | Cat-neurone d'ordre $n$        | Hyper-assemblée (= assemblée <sup>n</sup> ) synchrone de neurones |
| Propriétés émergentes      | Liens complexes (multiplicité) | Dégénérescence du code neuronal                                   |

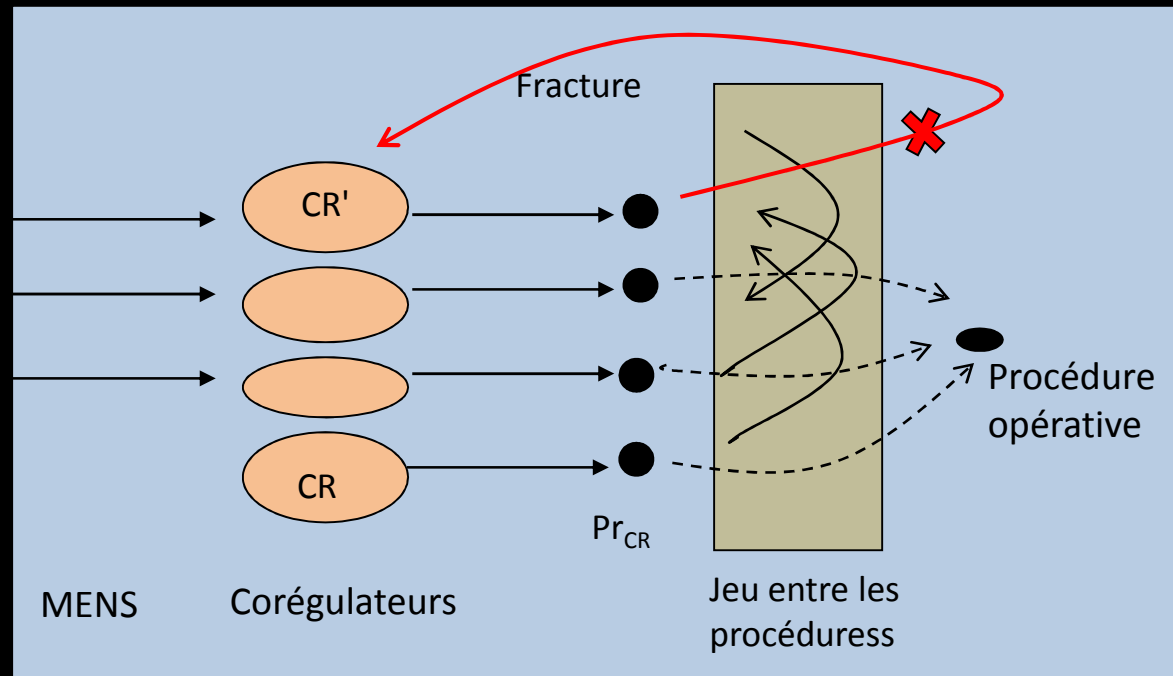


**Mémoire procédurale Proc.** Une empreinte  $Pr$  dans la mémoire procédurale  $Proc$  a un pattern d'effecteurs  $Ef_{Pr}$  qu'il peut activer par les 'commandes'  $f_i$ . Le résultat est mémorisé par l'empreinte  $N$  recollant  $Ef_{Pr}$



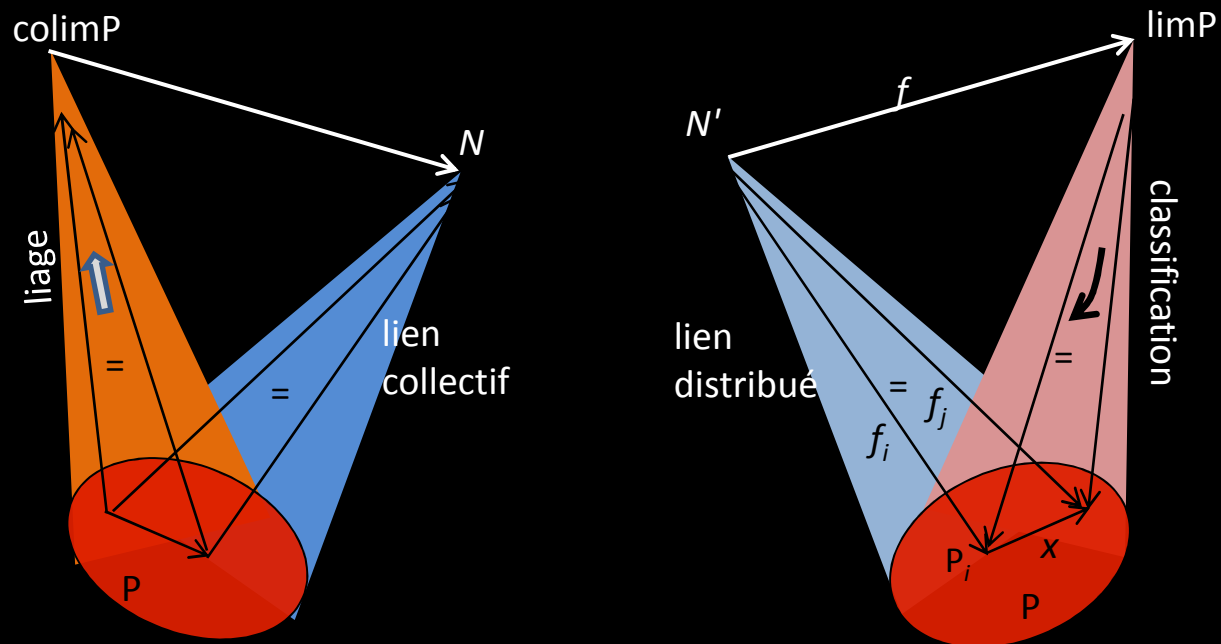


**Choix d'une procédure par un CR.** Une perspective  $pb$  de B pour CR est une gerbe de B vers CR. Elle est  $t$ -activée si B active les agents de CR le long de tous les aspects de  $pb$  aux environs de  $t$ . Une procédure admissible pour CR a une empreinte Pr ayant une perspective  $pr$  pour CR et dont des effecteurs peuvent être commandés via CR. S'il existe un lien 'activateur'  $f$  de B vers Pr et si  $pb$  est  $t$ -activée, B active Pr via  $f$ , ce qui active  $pr$ , et CR peut choisir Pr. Ultérieurement, si Pr réussit,  $f$  sera renforcé.

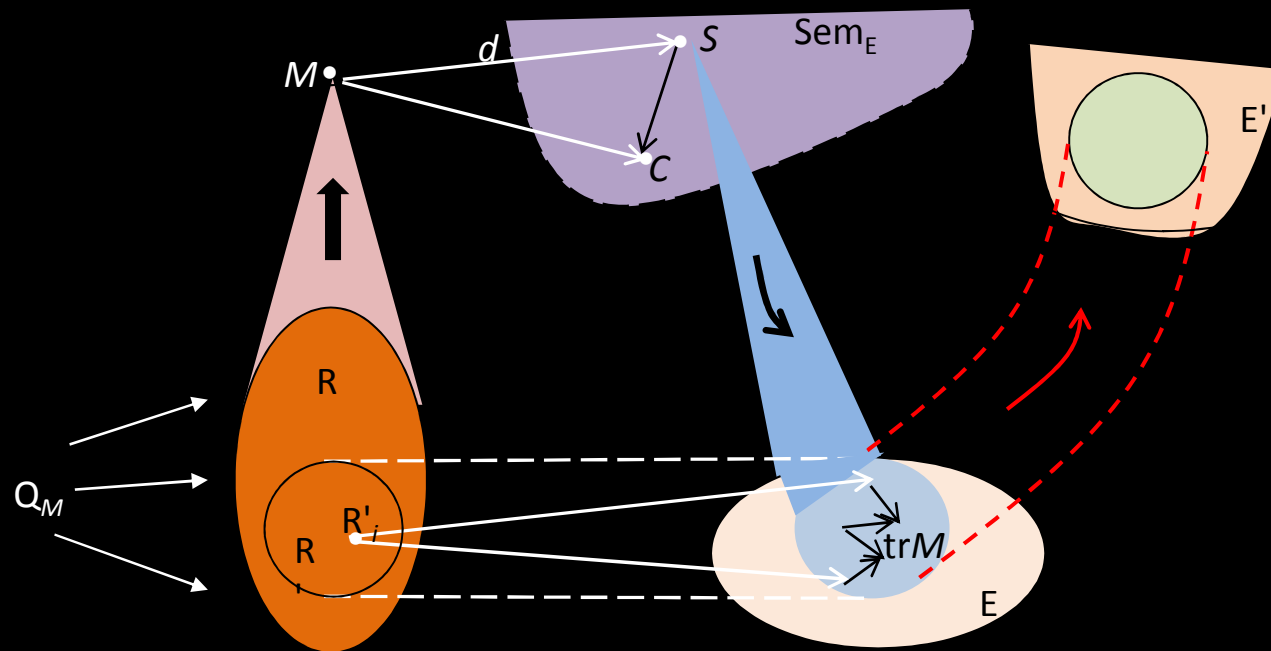


**Jeu des procédures.** A l'instant  $t$ , les commandes des différentes procédures choisies par les corégulateurs sont envoyées au système, où un processus d'harmonisation, le jeu des procédures, est déclenché, tenant compte des forces des divers CR et de leurs procédures. Il conduit à la procédure opérative qui sera effectivement exécutée par le système; celle-ci peut causer des fractures à un corégulateur CR dont la procédure n'est pas retenue.

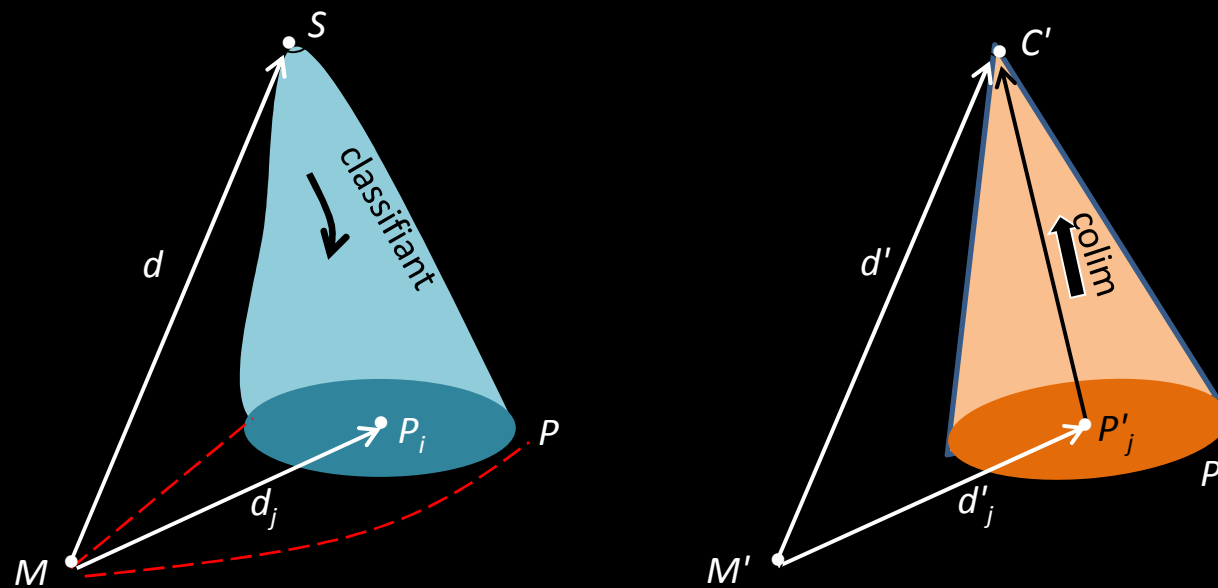
| OPERATIONS MENTALES                                   | NOTIONS CATEGORIQUES         |
|---|------------------------------|
| Relier et comparer des objets, composer des relations | Catégorie, foncteur          |
| Assembler (recollement), synthèse                     | Colimite                     |
| Analyser, décomposer                                  | Décomposition d'une colimite |
| Classifier  | Limite projective            |



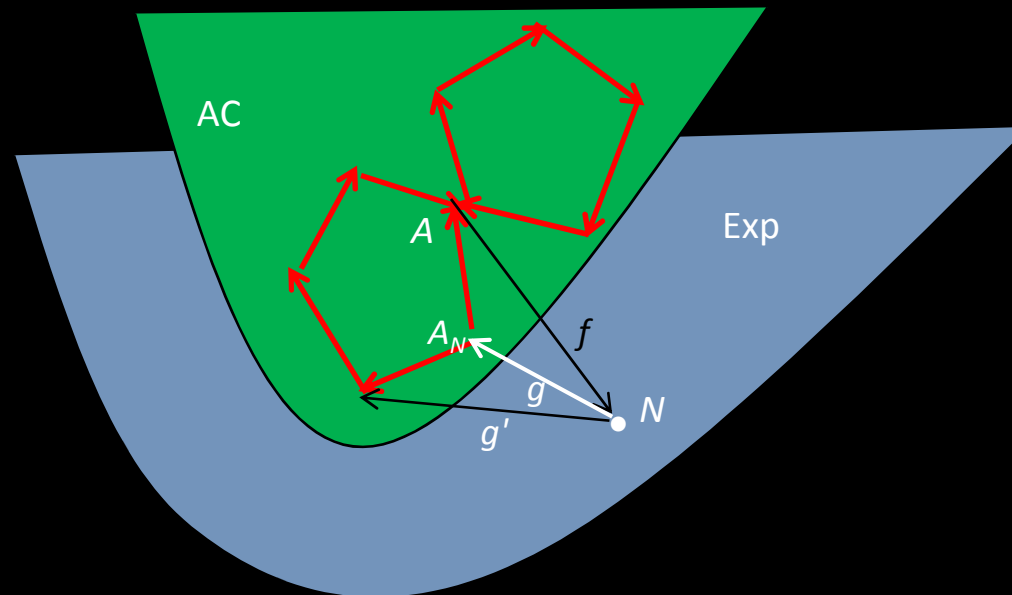
**Lien distribué et classifiant (ou limite projective).** Ils sont définis comme un lien collectif et une colimite, mais en inversant les flèches. Un lien distribué de  $N'$  vers le pattern  $P$  est une famille de liens  $(f_i)$  de  $N'$  vers les  $P_i$ , corrélés par les liens distingués  $x$  de  $P$ . Le classifiant  $\lim P$  de  $P$  est tel que les liens distribués de  $N'$  vers  $P$ , pour tout  $N'$ , soient en bijection avec les liens  $f$  de  $N'$  vers  $\lim P$ . 2 patterns sont pro-homologues s'il y a bijection entre les liens distribués reçus de tout  $N'$ .



**E-trace et E-concept.** La E-trace d'un stimulus  $Q_M$  ou de son empreinte  $M$  est le pattern  $trM$  formé des agents recevant un aspect d'un cat-neuron  $R'$ , d'une décomposition de  $M$  (indexé par cet aspect), avec les liens entre agents corrélant ces aspects. La classe de E-invariance de  $M$  est formée des  $N$  ayant des E-traces pro-homologues. Le E-concept  $S$  de  $M$  est le classifiant de  $trM$ . Le lien  $d$  de  $M$  vers  $S$  définit  $S$  comme réflexion de  $M$  dans la mémoire E-sémantique  $Sem_E$ . Les instances de  $S$  sont les  $N$  ayant  $S$  pour réflexion.



**Construction de cocepts.**  $S$  est le concept classifiant un pattern  $P$  de concepts  $P_i$ . Une instance  $M$  de  $S$  est une instance de chaque  $P_i$  dont les liens canoniques  $d_j$  vers  $P_i$  forment un lien distribué vers  $P$ ; ce lien distribué est classifié par le lien canonique  $d$   $M$  vers  $S$ .  $C$  est le concept colimite d'un pattern  $P'$  de concepts; ses instances  $M'$  sont toutes les instances des divers  $P'_j$ . La mémoire sémantique est construite à partir des SemCR pour les différents CR par ajouts successifs de concepts ainsi construits.

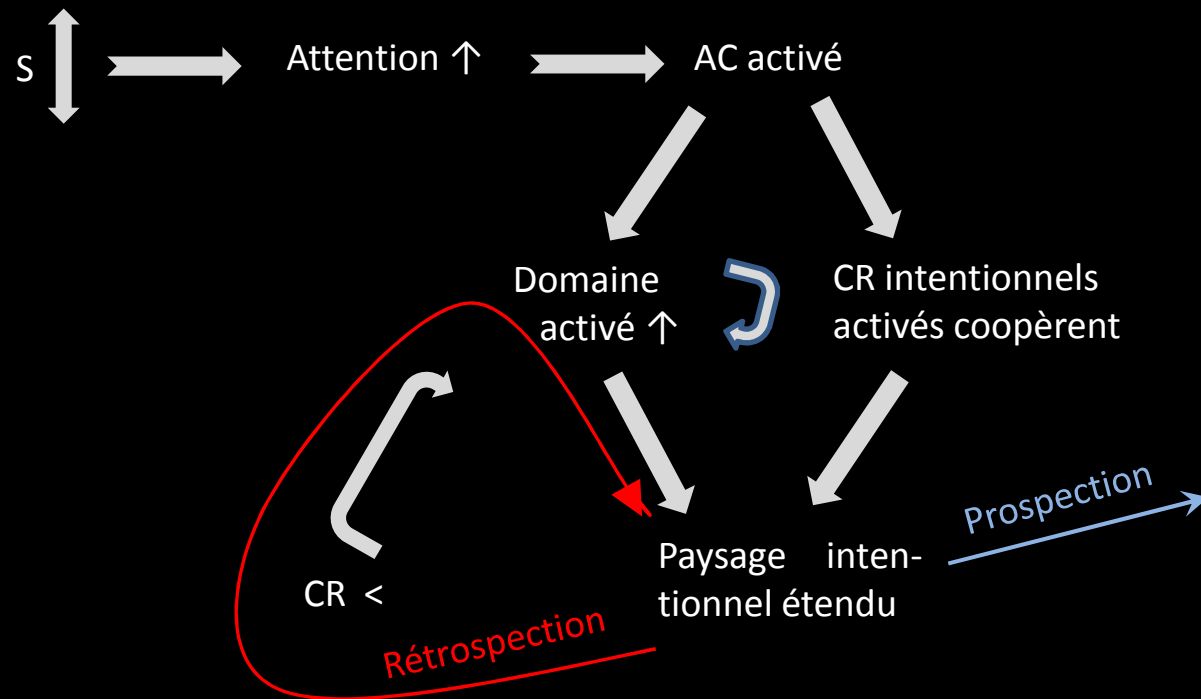


**Boucle archétypale. Exp.** Une boucle archétypale (en rouge) est une suite de liens appartenant à des éventails successifs, qui auto-maintient l'activation dans le noyau archétypal AC. Le halo Exp de AC est formé des cat-neurones  $N$  activés par un  $A$  dans AC (via  $f$ ) et admettant une réflexion  $A_N$  dans AC, i.e. il existe  $g$  de  $N$  vers  $A_N$  factorisant tout lien  $g'$  de  $N$  vers AC. Plus tard  $N$  peut s'intégrer à AC, les liens  $g$  et  $f$  devenant des liens dans des éventails,

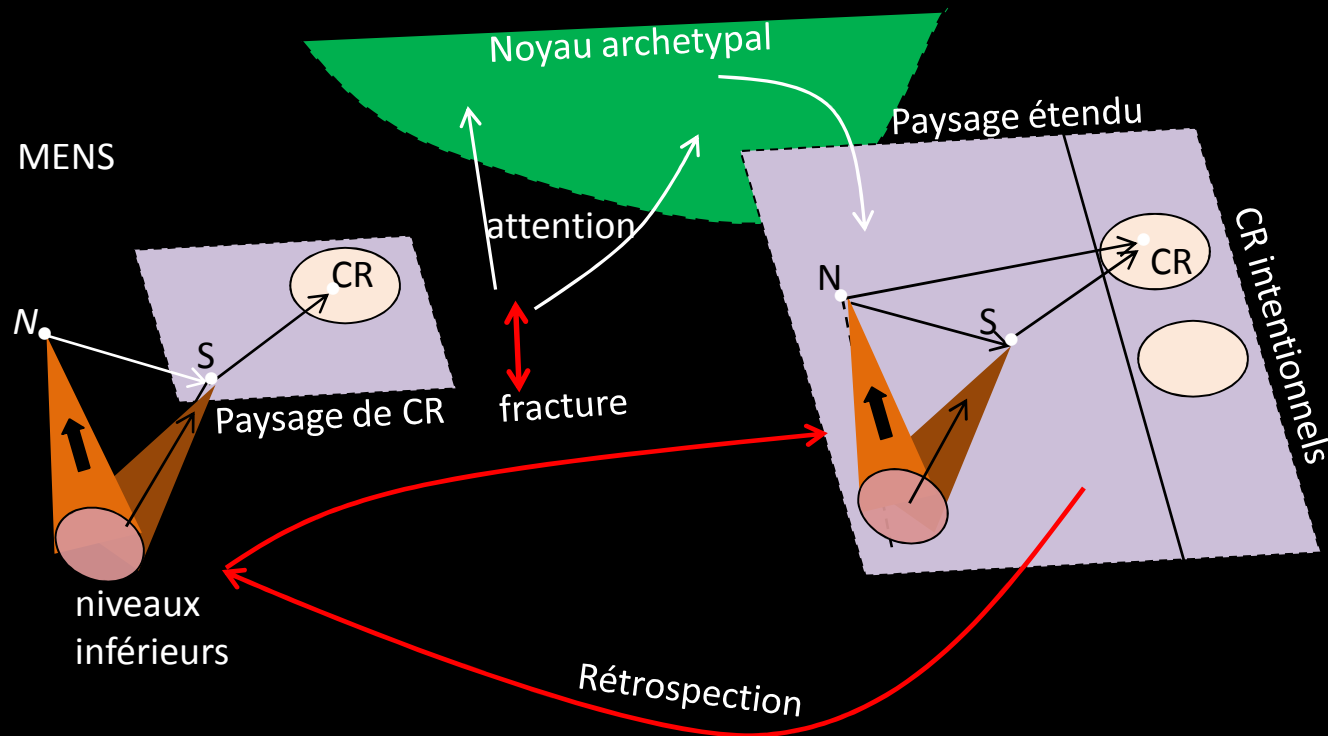


**Noyau archétypal AC.** Représentation métaphorique du développement de AC. D'abord il est formé d'une bande de Möbius, sur laquelle une boucle archétypale est dessinée; cette boucle propage et maintient l'activation de AC. Ensuite une 2e bande de Möbius apparaît, puis se colle à la 1ère de sorte qu'une boucle archétypale peut s'étendre aux 2. Une 3e bande vient se coller aux 2 premières, augmentant encore la propagation et l'activation de AC, etc.





**Conscience.** Un évènement imprévu S augmente l'attention, ce qui active AC, étend le domaine activé, dont les CR intentionnels. Ceux-ci forment leur paysage étendu où rétrospection et prospection peuvent se dérouler



**Rétrospection.** Un stimulus inattendu  $S$  cause une fracture pour un corégulateur supérieur  $CR$  'intentionnel'. Celle-ci augmente l'attention, qui active le noyau archétypal et, par propagation de son activation étend le domaine activé. Les corégulateurs intentionnels y forment leur paysage étendu dans lequel ils peuvent analyser par rétrospection les divers attributs de  $S$  et, par abduction, retrouver leur colmite  $N$ , cause probable de  $S$

| MENTAL                     | MENS                                     |
|----------------------------|--|
| Objet mental               | Cat-neurone                              |
| Algèbre des objets mentaux | Cat-neurones d'ordre supérieur           |
| Image mentale              | Empreinte                                |
| Classification sémantique  | Concept                                  |
| Soi                        | Noyau archétpal                          |
| Conscience                 | Rétrospection/Prospection                |
| Qualia                     | Perspective dans le paysage intentionnel |

| ESPRIT                     | MENS                           | CORPS, NEUR   |
|----------------------------|--------------------------------|---|
| Objet mental simple        | Cat-neurone niveau 1           | Assemblée synchrone de neurones                                   |
| Algèbre des objets mentaux | Cat-neurone d'ordre 2          | Assemblée d'assemblées synchrones de neurones                     |
|                            | Cat-neurone d'ordre $n$        | Hyper-assemblée (= assemblée <sup>n</sup> ) synchrone de neurones |
| Propriétés émergentes      | Liens complexes (multiplicité) | Dégénérescence du code neuronal                                   |
| Soi                        | Noyau Archétypal               | "Noyau neural" (Hagmann et al.)                                   |
| Conscience                 | Paysage étendu intentionnel    | Boucle de la conscience (Edelman)                                 |