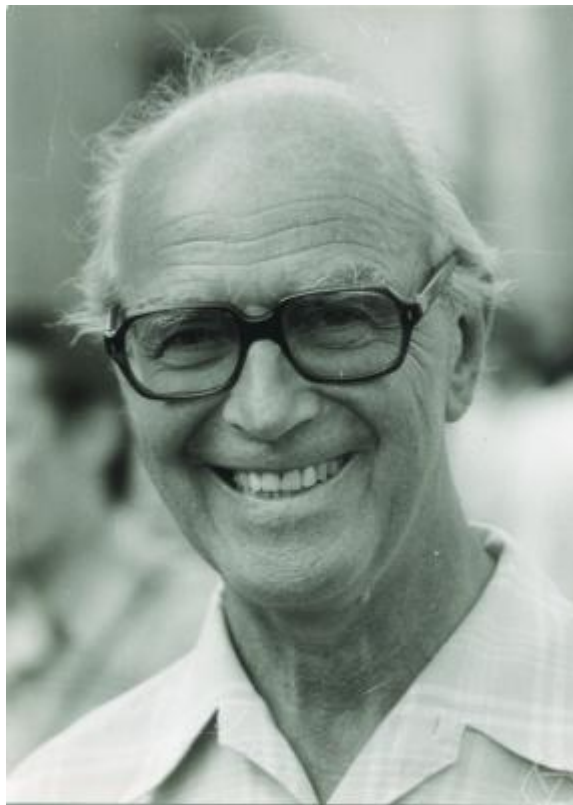


Le Rôle de Gustave Choquet dans la Réforme des Mathématiques à l'Université

Andrée C. EHRESMANN

Université de Picardie Jules Verne, LAMFA
ehres@u-picardie.fr
<https://ehres.pagesperso-orange.fr>
<https://vbm-ehr.pagesperso-orange.fr>



Je tiens à remercier les organisateurs de m'avoir invitée à parler du rôle (parfois un peu oublié) de Gustave Choquet dans la Réforme de l'Enseignement des Mathématiques dans les années 50-60.

A cette époque j'ai bien connu Choquet, d'abord comme étudiante de son cours princeps de Licence 1954-55 ; puis j'ai été sa 1^{ère} élève : il a dirigé mes thèses (3^e cycle et doctorat d'Etat) et il m'a appris ce qu'est la recherche.

INTRODUCTION

Cet exposé n'est pas le travail d'un historien des mathématiques (je n'ai pas les connaissances suffisantes pour cela).

Mon intention est juste de témoigner de mon expérience personnelle, acquise en particulier au cours de nombreuses discussions avec Gustave Choquet en 1955-62, et, à partir de 1957, avec Charles Ehresmann.

Pour expliquer les causes de la Réforme des maths en 50-60, il faut remonter à la situation au 19^e siècle.

CRISE DES FONDEMENTS DES MATHEMATIQUES

Au début du XIX^e siècle les mathématiques "fonctionnent très bien comme outil de représentation de la réalité"

A partir des années 1830, leurs fondements sont ébranlés par :

- La découverte des **géométries non-euclidiennes**.
- Le développement de la **théorie des groupes** (Evariste Galois, 1830) à la base de nouvelles structures algébriques.
- La **Théorie des ensembles** (Cantor, 1874) **et ses paradoxes**.
- La formalisation de la **logique** (Frege, 1879).

CRISE DES FONDEMENTS DES MATHÉMATIQUES

Au début du XIX^e siècle les mathématiques "fonctionnent très bien" comme outil de représentation de la réalité".

A partir des années 1830, leurs fondements sont ébranlés par :

- La découverte des **géométries non-euclidiennes**.
- Le développement de la **théorie des groupes** (Evariste Galois, 1830) à la base de nouvelles structures algébriques.
- La **Théorie des ensembles** (Cantor, 1874) **et ses paradoxes**.
- La formalisation de la **logique** (Frege, 1879).

Il reste alors à re-construire sur des bases solides une théorie mathématique, si possible cohérente, complète et décidable .

C'est un tel programme que David Hilbert, "*the Master of the axiomatic method*" ([3] p. 10), développe de 1898 à 1928, en cherchant à réduire l'arithmétique à la logique, ce qui déduirait les nombres d'un système d'axiomes non contradictoire. Les *Théorèmes d'incomplétude* de Gödel (1931) montrent les limites de ce programme.

BOURBAKI

Comment répercuter les changements des mathématiques dans l'enseignement supérieur ? En 1935, un groupe de jeunes Normaliens, ayant Hilbert pour modèle, se forme sous l'impulsion de A. Weil et H. Cartan. Leur but est de rédiger un traité "**Eléments de Mathématique**", signé "N. Bourbaki", donnant une image complète de l'état actuel et luttant contre :

- le fractionnement des mathématiques en spécialités hermétiques,
- le manque de rigueur des ouvrages disponibles ;
- l'ignorance de spécialités comme les structures algébriques (alors développées en Allemagne) .



Congrès Bourbaki de 1938.

De gauche à droite : Simone Weil, Charles Pisor, André Weil (caché), Jean Dieudonné, Claude Chabauty, Charles Ehresmann et Jean Delsarte (manquent Henri Cartan, René de Possel, Claude Chevalley, Szolem Mandelbrojt).

LE TRAITÉ "ÉLÉMENTS DE MATHÉMATIQUE"

Ce traité offre une présentation rigoureuse, systématique et 'sans prérequis' des mathématiques, depuis leurs fondements. Il est divisé en Livres et chaque Livre est divisé en Chapitres. Depuis le 1^{er} Livre "Résultats de la Théorie des Ensembles" paru en 1939, au moins 25 livres ont paru successivement.

LE TRAITÉ "ÉLÉMENTS DE MATHÉMATIQUE"

Ce traité offre une présentation rigoureuse, systématique et 'sans prérequis' des mathématiques, depuis leurs fondements. Il est divisé en Livres et chaque Livre est divisé en Chapitres. Depuis le 1^{er} Livre "*Résultats de la Théorie des Ensembles*" paru en 1939, au moins 25 livres ont paru successivement.

Chaque Livre débute par un "mode d'emploi" qui précise :

" 1. Le traité prend les mathématiques à leur début <...> Sa lecture ne suppose donc, en principe, aucune connaissance mathématique particulière, mais seulement *une certaine habitude du raisonnement mathématique et un certain pouvoir d'abstraction.*

2. Le mode d'exposition suivi est axiomatique et procède le plus souvent du général au particulier. <... > Les chapitres se suivent, en principe, dans un ordre logique rigoureusement fixé. "

DU LYCÉE A L'UNIVERSITÉ

Le rôle de l'Université n'est pas seulement de développer et d'organiser de nouvelles connaissances (comme le fait Bourbaki). Un autre rôle essentiel est de diffuser ces connaissances à tous les niveaux de l'enseignement (supérieur, secondaire et même primaire), en particulier en assurant la formation des professeurs du secondaire de sorte qu'ils puissent répercuter leurs connaissances à leurs élèves.

DU LYCÉE A L'UNIVERSITÉ

Le rôle de l'Université n'est pas seulement de développer et d'organiser de nouvelles connaissances (comme le fait Bourbaki). Un autre rôle essentiel est de diffuser ces connaissances à tous les niveaux de l'enseignement (supérieur, secondaire et même primaire), en particulier en assurant la formation des professeurs du secondaire de sorte qu'ils puissent répercuter leurs connaissances à leurs élèves.

Dans les années 50-60, la "Réforme des Maths modernes" va chercher à faciliter le passage du secondaire au supérieur., rendu plus difficile par le changement du paysage mathématique et par la forte croissance du nombre d'étudiants (de 97 000 en 1945 à 210 900 en 1960 et 748 000 en 1970, alors répartis en seulement 18 universités).

La situation est semblable dans d'autres pays (Etats-Unis, Belgique, GB, Suisse;...)



Foundation meeting of the CIEAEM

" La Rochette par Melun, 1952, from left to right: Mrs. and Mr. Ferdinand Gonseth, Jean Dieudonné, Lucien Delmotte, Gustave Choquet, Lucienne Félix, Félix Fiala, Jean Piaget, Unknown, C. Gattegno, Unknown." Collection Dirk De Bock)

Extrait de R. Guitart [7].

LA CIEAEM

En 1952 le mathématicien, pédagogue et philosophe Caleb Gattegno (Université de Londres) crée la:

Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques,
avec Gustave Choquet pour Président, Jean Piaget (psychologue et épistémologue) pour Vice-Président et Caleb Gattegno pour Secrétaire.

La **CIEAEM** tient des réunions annuelles dans divers pays.

TRAVAUX DE LA COMMISSION

Extrait du Manifeste [1]

" Choquet amena dans la discussion l'idée d'une *réforme guidée par la restructuration de l'"architecture" mathématique*. Piaget présenta ses fameux résultats de recherche sur la connaissance et apporta un nouvel aperçu dans les relations entre structures opérationnelles mentales-cognitives et développement scientifique des mathématiques. Gattegno tenta de relier la nouvelle métathéorie mathématique à la recherche en psychologie par une synthèse philosophique et pédagogique, et tenta d'établir des rapports avec l'enseignement des mathématiques comme avec une grande partie de l'enseignement en général. "

" Plus tard (années 60 et 70), les mathématiciens Artin, Dieudonné, Lichnerowicz, Papy et Servais furent les grandes figures de référence de la Commission. "

CHOQUET ET BOURBAKI (1962)

Choquet n'a jamais été membre de Bourbaki. Pourtant, lorsqu'il propose de guider la réforme de l'enseignement des mathématiques par la "*restructuration de l'architecture mathématique*", il sous-entend de s'inspirer de la philosophie de Bourbaki qu'il résume (tout en se défendant de "read the mind of that many-headed genius") :

]

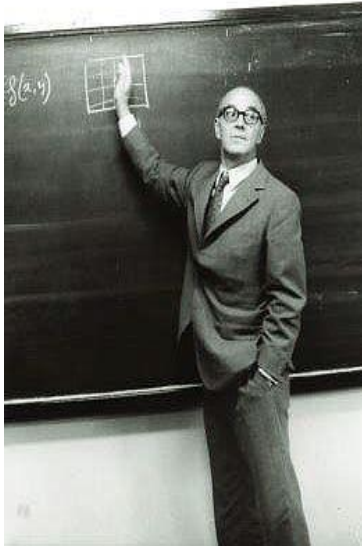
CHOQUET ET BOURBAKI (1962)

Choquet n'a jamais été membre de Bourbaki. Pourtant, lorsqu'il propose de guider la réforme de l'enseignement des mathématiques par la "*restructuration de l'architecture mathématique*", il sous-entend de s'inspirer de la philosophie de Bourbaki qu'il résume (tout en se défendant de "read the mind of that many-headed genius") :

"For Bourbaki there exists only one MATHEMATIC, and the main instrument for the evolution toward unity was the axiomatic method" <...> The axiomatic method effects an economy in thinking and in notations, for the important theorems <...> are established once and for all in a sufficiently general system of axioms. " [3] .

Et il ajoute que l'étude de Bourbaki "may serve to develop for all levels of education a *teaching of mathematics better adapted to the needs of our time and to the level of awareness of our generation...*".

CHOQUET RÉFORME L'ENSEIGNEMENT DE LA LICENCE en 54-55

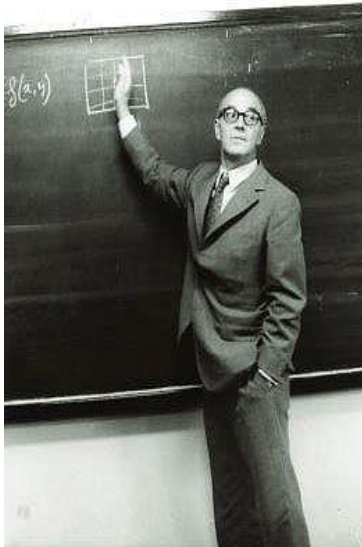


Choquet 1915-2006

Choquet peut appliquer ses idées à l'enseignement de la Licence à l'Université de Paris dès 1954-55. Le cours de CDI de celle-ci était depuis longtemps assuré par Valiron ; celui-ci meurt en 1954 et Choquet est nommé à sa place. Il va en profiter pour faire un cours fondateur (que j'ai eu la chance de suivre avant de devenir son élève).

Le programme était à peu près celui repris plus tard dans le livre "*Cours de Mathématique de Gustave Choquet*" [2].

CHOQUET RÉFORME L'ENSEIGNEMENT DE LA LICENCE en 54-55



Choquet 1915-2006

Choquet peut appliquer ses idées à l'enseignement de la Licence à l'Université de Paris dès 1954-55. Le cours de CDI de celle-ci était depuis longtemps assuré par Valiron ; celui-ci meurt en 1954 et Choquet est nommé à sa place. Il va en profiter pour faire un cours fondateur (que j'ai eu la chance de suivre avant de devenir son élève).

Le programme était à peu près celui repris plus tard dans le livre "*Cours de Mathématique de Gustave Choquet*" [2].

Ses cours étaient toujours très clairs et illustrés de nombreuses figures. Il nous demandait de lui dire si nous avions des difficultés et n'hésitait pas à reprendre ses explications. Il faisait parfois référence aux livres de Bourbaki, mettant en garde contre leur abstraction ; mais je reconnais que son cours m'a bien préparée à leur lecture.

CHOQUET ET LES PROBABILITÉS

A plusieurs reprises, Choquet est intervenu pour renforcer l'enseignement de spécialités plus ou moins délaissées à l'Université de Paris.

Un exemple type est celui des **Probabilités**.

En 1954, Choquet a publié un important travail, la "*Théorie des Capacités*" qui a divers liens avec la Théorie du potentiel et avec les Probabilités. Et il est convaincu que celles-ci sont importantes et mériteraient d'être mieux étudiées en France..

CHOQUET ET LES PROBABILITÉS

A plusieurs reprises, Choquet est intervenu pour renforcer l'enseignement de spécialités plus ou moins délaissées à l'Université de Paris.

Un exemple type est celui des **Probabilités**.

En 1954, Choquet a publié un important travail, la "*Théorie des Capacités*" qui a divers liens avec la Théorie du potentiel et avec les Probabilités. Et il est convaincu que celles-ci sont importantes et mériteraient d'être mieux étudiées en France..



W. Feller 1905-1970

Pour y remédier il invite le probabiliste William Feller à venir faire un cours à Paris en 1959. J'ai suivi ce très bon cours qui s'appuyait sur le livre [4]. Il a attiré beaucoup d'auditeurs ; parmi eux, divers jeunes mathématiciens (tels que Pierre-André Meyer, Courrège, Malliavin) qui ont ensuite contribué au développement de l'Ecole Française des Probabilités.

CHOQUET ET LA THÉORIE DES CATÉGORIES

Bien que le 1^{er} article sur la théorie des catégories ait été publié par Eilenberg et Mac Lane en 1945, c'est seulement en 1957 (après la parution du livre de Cartan et Eilenber : "*Homological Algebra*") que Choquet s'y est intéressé,.

En 1962 [3], il présente cette théorie comme un outil essentiel de la méthode axiomatique, en particulier montrant la manière élégante dont elle permet de formaliser la notion de problème universel, e.g. structures initiales et finales, ou produits.

CHOQUET ET LA THÉORIE DES CATÉGORIES

Bien que le 1^{er} article sur la théorie des catégories ait été publié par Eilenberg et Mac Lane en 1945, c'est seulement en 1957 (après la parution du livre de Cartan et Eilenberg : "*Homological Algebra*") que Choquet s'y est intéressé,.

En 1962 [3], il présente cette théorie comme un outil essentiel de la méthode axiomatique, en particulier montrant la manière élégante dont elle permet de formaliser la notion de problème universel, e.g. structures initiales et finales, ou produits.

Evoquant la capacité de Bourbaki à se renouveler il espère que les livres plus anciens du traité seront repris en termes de catégories implicitement ou explicitement ; toutefois il souligne que "*Bourbaki on some questions experiences irrational phobias*" ([3], p. 29).

A la fin de l'article il milite pour l'adoption de la méthode axiomatique à tous les niveaux de l'enseignement.

PROMOTION ET DEFENSE DES CATÉGORIES



Réunion des Mathématiciens d'expression latine (Nice, 1957)

De gauche à droite :

*Charles Ehresmann,
Gustave Choquet, Andrée
Bastiani*

Fin 1957, alors que je terminais ma thèse de 3^e cycle, Choquet me suggère d'étudier la théorie des catégories (d'où ma rencontre avec Charles Ehresmann qui l'enseignait alors).

Dans ma thèse de Doctorat d'Etat [5] qu'il dirige, Choquet m'encourage à développer des **applications des catégories en Analyse** ; d'où une présentation 'catégorique' des distributions de Schwartz valable dans le cas infini.

Il défend les catégories lors de nombreuses attaques. Ainsi, en 1968-72, il soutient l'introduction des catégories dans mes cours [6] de 1^{er} cycle (MP) et de Licence à Amiens. En 1975, il appuie la demande de 3^e cycle d' Amiens.

CHOQUET ET L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

Choquet ne s'est pas seulement attaché à réformer l'enseignement supérieur en 50-60. Il s'est aussi beaucoup intéressé à *l'enseignement de la géométrie*, où il s'est confronté à Dieudonné qui l'a finalement emporté. Sur ce sujet je renvoie à l'article très intéressant de René Guitart [7] dont voici 2 passages :

CHOQUET ET L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

Choquet ne s'est pas seulement attaché à réformer l'enseignement supérieur en 50-60. Il s'est aussi beaucoup intéressé à *l'enseignement de la géométrie*, où il s'est confronté à Dieudonné qui l'a finalement emporté. Sur ce sujet je renvoie à l'article très intéressant de René Guitart [7] dont voici 2 passages :

"For the teaching of geometry, they all believed that linear algebra is the royal road. But, concerning the secondary school, the question on which Dieudonné and Choquet were in disagreement was the opportunity to start directly with linear algebra (Dieudonné, 1964) or to start with an axiomatics preserving the experimental contact of the learner with physical objects and forms, and the "esprit géométrique" (Choquet 1964, 1995)." (p. 12) "Roughly speaking, *the first one reduced geometry to a chapter of linear algebra, scalar product and quadratic forms, and the other one defined geometry as a linear and metrical axiomatic theory*". (p. 2).

REFERENCES

1. 50 ans de CIEAEM, 2000, dans
https://www.cieaem.info/images/Documents/CIEAEM_Manifesto/MANIFESTEfrancese.pdf
2. G. Choquet, Cours de Mathématiques de Gustave Choquet, Ellipses Marketing.
3. G. Choquet, What is modern Mathematics? 1962, Educational Explorers reading, Lampport Gilbert & Co.
4. W. Feller, An introduction to probability theory and its applications, 1957.
5. A. Bastiani, Différentiabilité dans les espaces localement convexes. Distributions. Thèse d'Etat, Univ. Paris 1962.
6. A. Ehresmann, Cours photocopiés Amiens : 1. Algèbre MP1 et MP2, 1970-72, 353 p ; 2. Algèbre et Topologie, Licence 1968-69 360 p..
7. R. Guitart, Métamorphosis of geometrical teaching in France (1950-1969), in Barbin, E. & al (Eds.) (2020). *“Dig where you stand” 6. Proc. of 6th International Conference on the History of Mathematics Education*. Münster: WTM-Verlag

MERCI